

Vysoké učení technické v Brně  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Studijní obor Elektronika a sdělovací technika

ROČNÍKOVÝ PROJEKT II  
Měření charakteristik antén modulovaným  
rozptylem

1998/99

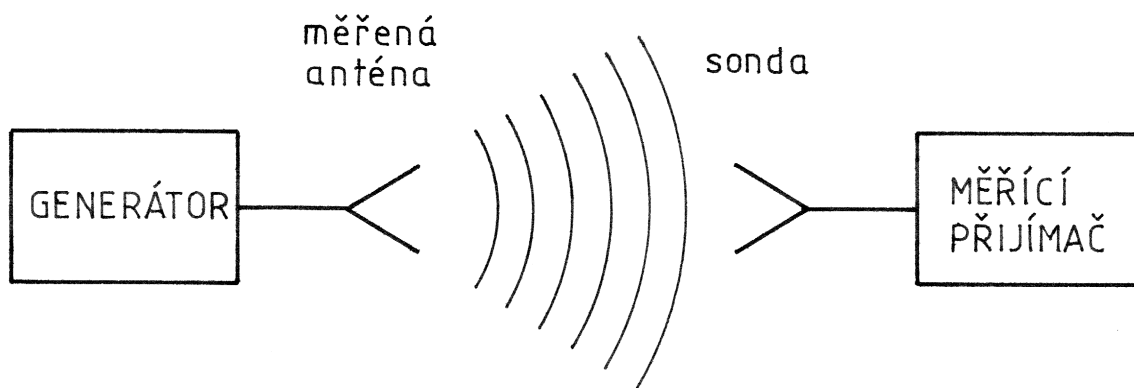
David Kubal

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Řešení z hlediska teorie elektromagnetického pole</b>	<b>7</b>
2.1	Úvodní předpoklady . . . . .	7
2.2	Rozložení proudu v sondě do dvou složek . . . . .	7
2.3	Aplikace principu reciprocit . . . . .	8
2.4	Výpočet proudu zatěžovací impedancí sondy . . . . .	10
2.5	Výsledný vztah pro napětí indukované v obvodu měřené antény . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Systémový návrh</b>	<b>13</b>
3.1	Úvod do problematiky z hlediska teorie signálů . . . . .	13
3.1.1	Otázka nejvhodnější střídy modulačního signálu . . . . .	14
3.2	Vliv modulátoru na velikost indukovaného napětí . . . . .	14
3.3	Spektrum a časový průběh indukovaného napětí . . . . .	16
3.4	Vyjádření indukovaného výkonu . . . . .	18
3.5	Současné připojení generátoru a přijímače k měřené anténě . . . . .	19
3.6	Odhad výkonu šumu na vstupu přijímače . . . . .	21
3.7	Nalezení optimální struktury přijímače . . . . .	23
3.8	Odstup signálu od šumu na výstupu přijímače . . . . .	25
3.9	Výpočet odstup signálu od šumu v některých praktických situacích . . . . .	25
3.9.1	Výkon a šum generátoru . . . . .	26
3.9.2	Parametry modulátoru . . . . .	26
3.9.3	Měření parabolické antény na kmitočtu 10 GHz v blízké zóně záření . . . . .	26
3.9.4	Měření trychtýřové antény na kmitočtu 10 GHz ve vzdálené zóně záření . . . . .	28
3.9.5	Měření půlvlnného dipólu na kmitočtu 100 MHz . . . . .	28
3.10	Technická realizace přijímače . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Závěr</b>	<b>31</b>
	<b>Seznam použité literatury</b>	<b>32</b>

# 1 Úvod

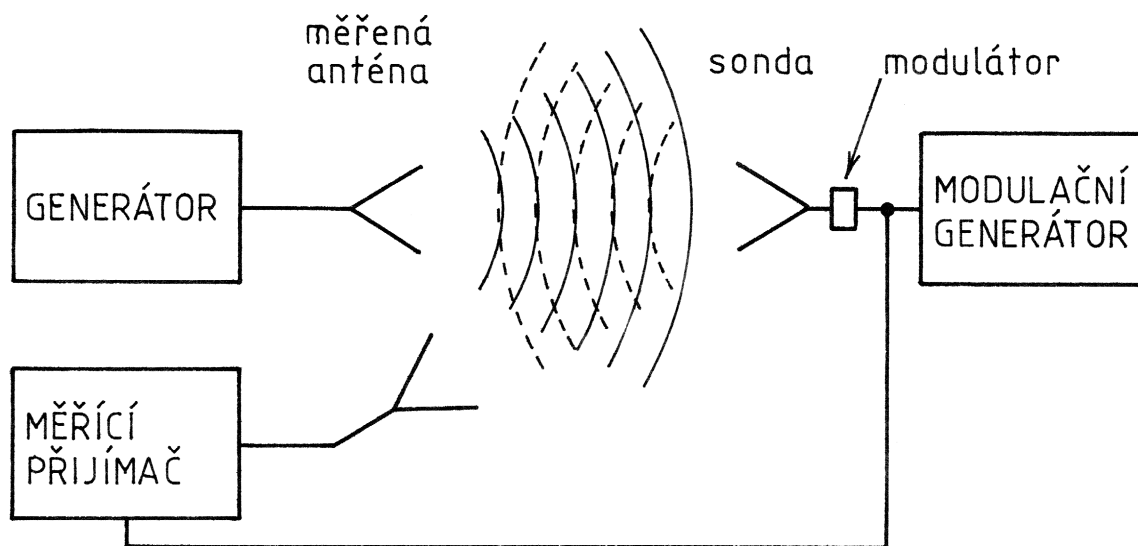
Klasická metoda měření vyzařovacích charakteristik antén využívá uspořádání s dvěma anténami – jednou měřenou a druhou pomocnou. Jedna z antén je napájena z generátoru, ke druhé je připojen měřicí přijímač. Měřená anténa se natáčí vůči anténě pomocné a napětí měřené přijímačem je úměrné záření měřené antény do směru antény pomocné. Tímto způsobem lze měřit vyzařování antén jak ve vzdálené zóně záření, tak v blízké



Obrázek 1: Klasická metoda měření vyzařovacích charakteristik antén

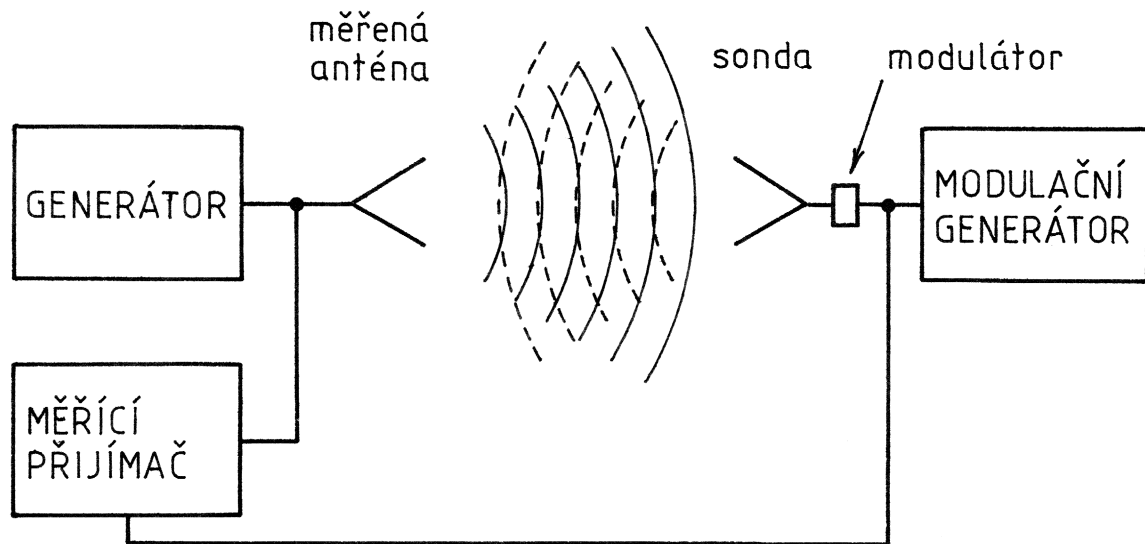
zóně. Pomocnou anténu budeme dále pro přehlednost nazývat sondou. Při měření v blízké zóně je obvykle třeba proměřit pole v okolí měřené antény velmi podrobně. Proto musí být sonda velmi malá vzhledem k vlnové délce. Jak plyne z uspořádání měřící aparatury, musí ke svorkám sondy vést nějaké vf vedení, obvykle tenký koaxiální kablík. Při měření v blízké zóně ale může tento, byť i velmi tenký, přívod podstatně narušovat měřené pole a způsobovat nemalou chybu měření. To byl patrně hlavní důvod, který vedl k hledání nových netradičních metod měření vyzařování antén v blízké zóně. Takovou netradiční metodou je metoda využívající modulovaného rozptylu. První zmínka o této metodě se objevila v literatuře patrně v roce 1955 (viz [1]). Při použití metody modulovaného rozptylu není sonda napojena vf vedením, ale přímo na její svorky je připojena jistá zatěžovací impedance, jejíž hodnota je časově proměnná vlivem působení nějakého modulačního signálu. Je-li například měřená anténa anténou vysílací, dochází na sondě k rozptylu energie vyzařované měřenou anténou, vzniká sekundární pole, jehož zdrojem jakoby byla sama sonda. Vlivem časově proměnné impedance na svorkách sondy je sekundární pole amplitudově modulováno. Toto sekundární pole v sobě nese informaci o intenzitě pole vytvářeného měřenou anténou v místě sondy. Jeho měřením lze tedy nepřímou proměřovat pole měřené antény. Otázkou ale zůstává, jak dostat rozptýlený výkon na vstup měřícího přijímače. To lze uskutečnit v zásadě dvěma způsoby. První způsob spočívá v použití další pomocné antény, která přijímá rozptýlený výkon a přivádí ho na vstup přijímače (viz obrázek 2). Druhý způsob spočívá ve využití samotné měřené antény i pro příjem rozptýleného výkonu. Na svorky měřené antény tedy musí být nějakým způsobem připojen

generátor i přijímač (viz obrázek 3).



Obrázek 2: Využití modulovaného rozptylu – první varianta

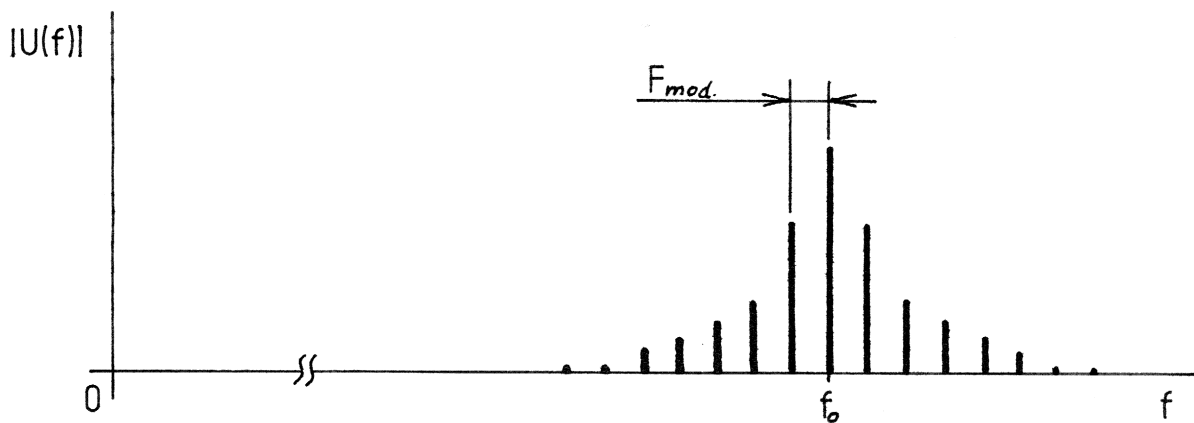
Modulace je v obou případech (ale zvláště ve druhém) nutná k odlišení velmi slabého sekundárního pole, vznikajícího vlivem rozptylu, od silného primárního měřeného pole. Modulační signál je nutno přivést k sondě tak, aby přívody minimálně narušovaly měřené pole. Jednou z možností je například zavěšení sondy na tenkých vodičích s velmi velkým měrným odporem. Tyto vodiče slouží kromě zavěšení sondy také k přivádění modulačního napětí k prvku s proměnnou impedancí. Tím je v tomto případě polovodičová dioda. Vzhledem k velmi malému průměru a velkému měrnému odporu vodičů závěsu lze doufat, že jimi způsobená deformace pole bude zanedbatelná (viz [1], [2], [3], [5]). Další možností je přivedení modulačního signálu tenkým světlovodem. Proměnnou impedancí je pak vhodný polovodičový prvek, jehož impedance závisí na osvětlení. V obou případech je nejvýhodnější použít modulačního signálu s obdélníkovým průběhem. Konstrukce zařízení se tím značně zjednoduší. Při teoretickém rozboru může být potom zatěžovací impedance pomocné antény považována za lineární, pouze s tím, že v čase skokově mění svoji hodnotu. Obdélníkový modulační průběh předpokládají autoři všech dostupných článků o této problematice a proto bude předpokládán i v této práci. V literatuře lze nalézt zmínky o použití obou způsobů příjmu rozptýleného výkonu. Velmi zajímavý je například článek [4], který popisuje první způsob příjmu rozptýleného výkonu pomocí další pomocné antény. Sonda s časově proměnnou zatěžovací impedancí zde není jedna, ale je použito řady 128 těchto sond. To podle autorů článku velmi urychluje proces měření. Některé podstatné rysy popisované aparatury ale ve zmiňovaném pramenu nejsou uvedeny. Soustavu s pomocnou anténou pro příjem rozptýleného výkonu lze považovat za jistou, byť velmi neobvyklou, modifikaci klasické metody měření antén. Oproti tomu soustava, ve které je měřená anténa použita jako přijímací i vysílací je čímsi novým, po teoretické stránce jistě



Obrázek 3: Využití modulovaného rozptylu – druhá varianta

velmi zajímavým. Proto se také tato práce zabývá právě druhým z uvedených případů. Řešením soustavy s další pomocnou anténou se práce nezabývá.

Protože se tedy zabýváme řešením soustavy, ve které modulovaný signál je přijímán opět měřenou anténou, je třeba se zmínit o volbě modulačního kmitočtu. Vlivem modulace vznikají kmitočtové složky po obou stranách od nosného kmitočtu (viz obrázek 4). Signál,

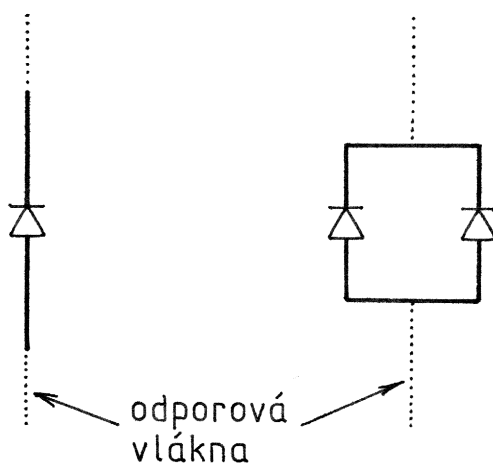


Obrázek 4: Možný tvar spektra modulovaného signálu

který chceme měřit, je reprezentován právě těmito postranními složkami. Kdybychom chtěli provést naprosto přesný rozbor situace, museli bychom uvážit i kmitočtové závislosti parametrů měřené antény. Ty ale dopředu neznáme (kdybychom o měřené anténě všechno věděli, nemuseli bychom ji měřit). Proto je vhodné volit modulační kmitočet co nejnižší,

aby postranní kmitočtové složky vzniklé modulací, byly co nejbližší nosnému kmitočtu. Vlastnosti měřené antény na kmitočtech těchto postranních složek jsou pak prakticky stejné, jako na nosném kmitočtu. Dostupná literatura uvádí použití modulačního kmitočtu 1 kHz. Protože modulační průběh je obdélníkový, vzniká celá řada kmitočtových složek. Z uvedeného důvodu, a také s ohledem na konstrukci přijímače, je vhodné, aby přijímač byl citlivý pouze na kmitočtové složky nejbližší nosnému kmitočtu. Protože tedy předpokládáme použití velmi nízkého modulačního kmitočtu, může být soustava anténa - sonda řešena, vzhledem k modulačnímu kmitočtu, jako nesetrvačná.

V dostupné literatuře bohužel není k dispozici uspokojivý teoretický rozbor metody modulovaného rozptylu. V článkách [1] a [3] je pouze naznačeno, jak měření touto metodou funguje, podrobné odvození ale chybí. Snad jedinou výjimkou je článek [2], ve kterém jsou odvozeny vztahy pro velikost napětí, jež se indukuje v měřené anténě vlivem přítomnosti sondy. Odvození je provedeno pro dva speciální případy, kdy sondou je buď velmi krátký dipól nebo velmi malá smyčka obsahující 2 modulační diody (viz obrázek 5). Dipól je



Obrázek 5: Sondy uvažované při analýze v [2]

vhodnou sondou k měření elektrické složky pole, smyčka je vhodná k měření magnetické složky pole. Rozbor chování smyčky je bohužel velmi složitý. Komplikovanost je způsobena především existencí dvou párů svorek ve smyčce. Jak ale autor v závěru článku uvádí, nepřináší použití dvou modulačních diod žádné principiální výhody. Jedinou výhodou je tedy snadná konstrukce takové smyčky. Při použití pouze jedné diody by totiž smyčka galvanicky propojovala oba vývody diody a bylo by tedy nutné do obvodu vřadit kondenzátor, což je nepraktické. Rozbor provedený pro sondu tvaru dipólu se ale stal východiskem pro tuto práci, která se snaží dovést výsledky do prakticky použitelné podoby a zvažuje možnosti realizace měřící aparatury a její praktické použitelnosti.

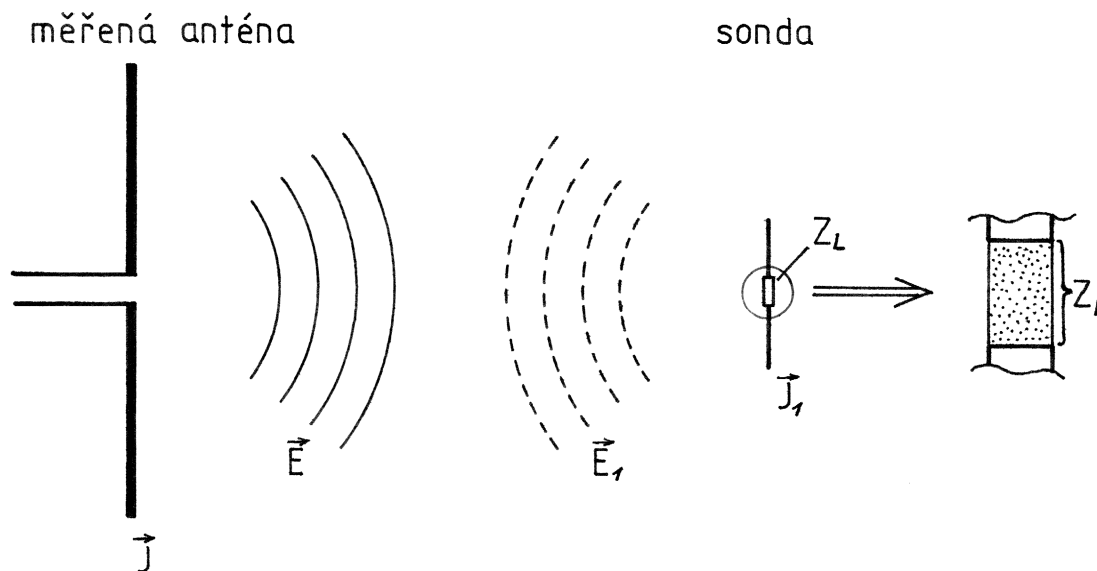
Zpráva, zde předkládaná, sestává ze dvou základních částí. V první části je celá problematika řešena z hlediska teorie elektromagnetického pole. Jejím výsledkem je vztah pro napětí indukované v obvodu měřené antény vlivem přítomnosti sondy, na jejichž svorkách

je připojena zatěžovací impedance. Jedná se v podstatě o obecněji pojaté odvození uvedené původně v [2] jen pro sondu tvaru dipólu se snahou o serióznější důkaz a vysvětlení některých vztahů. Odvození je sice obecně platné, avšak výsledek je bohužel použitelný pouze pro měření elektrické složky pole. Druhá část zprávy se zabývá řešením problému spíše z pohledu teorie signálů. Jejimi výsledky jsou náznak způsobu zpracování signálu v měřicím přijímači a výpočet chyby měření způsobené šumem aparatury. V závěru druhé části je pak proveden hrubý odhad odstupu signálu od šumu pro některé typické situace, které se mohou v praxi vyskytnout.

## 2 Řešení z hlediska teorie elektromagnetického pole

### 2.1 Úvodní předpoklady

Odvození vychází z předpokladů, že *sonda je vyrobena z dokonale vodivého kovu a má jeden pár svorek, které jsou umístěny velmi blízko sebe. Mezi tyto svorky je připojena jistá zatěžovací impedance  $Z_L$ . Sonda přitom může mít jakýkoli obecný tvar.*



Obrázek 6: Celkový náčrt řešené situace

Pro účely odvození přijmeme představu, že zatěžovací impedance připojená na svorky sondy je celá soustředěna v malém prostoru mezi svorkami (viz obrázek 6). Bude-li dále řeč o objemu svorek, má se tím na mysli právě objem tohoto malého prostoru. Bude-li řeč o objemu sondy, má se na mysli objem zaujímaný dokonale vodivým kovem sondy + objem svorek.

### 2.2 Rozložení proudu v sondě do dvou složek

Elektromagnetické pole měřené antény indukuje v sondě proud o hustotě  $\vec{J}_1$ , který sám vytvoří jisté elektrické pole. Celková intenzita elektrického pole je potom součtem intenzity vytvořené měřenou anténou (označme ji  $\vec{E}$ ) a intenzity vytvořené tímto indukovaným proudem (označme ji  $\vec{E}_1$ ). Protože sonda je vyrobena z dokonale vodivého kovu, rozloží se v ní indukovaný proud tak, aby výsledná intenzita elektrického pole v celém objemu kovu sondy byla nulová.

$$\vec{E} + \vec{E}_1 = 0 \quad \text{v objemu kovu} \quad (1)$$

Je jasné, že rozložení proudu bude záviset na impedanci připojené na svorky sondy. Celou situaci lze podstatně zjednodušit následující úvahou.

Uvažme, že svorky sondy jsou rozpojeny. V takovém případě poteče v sondě proud o hustotě  $\vec{J}_{10}$ , který vytvoří elektrické pole o intenzitě  $\vec{E}_{10}$ . Tento proud se rozloží po objemu sondy tak, aby v objemu kovu byla splněna rovnice

$$\vec{E} + \vec{E}_{10} = 0 \quad \text{v objemu kovu} \quad (2)$$

Připojíme-li nyní ke svorkám nějakou impedanci, poteče v sondě proud  $\vec{J}_1$ . Můžeme si docela snadno představit, že proud  $\vec{J}_1$  je součtem proudu  $\vec{J}_{10}$ , ke kterému přibyl nějaký další proud, jenž zatím neznáme, označme ho  $\vec{J}_{11}$ . Proud tekoucí zatěžovací impedancí  $I_1$  je pak roven integrálu proudové hustoty  $\vec{J}_{11}$  po ploše jedné ze svorek. Neznámý proud  $\vec{J}_{11}$  vytvoří elektrické pole s intenzitou  $\vec{E}_{11}$ . Intenzita el. pole vytvořená celkovým proudem v sondě je tedy

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} + \vec{E}_{11} \quad (3)$$

I v tomto případě musí být celková intenzita elektrického pole v objemu kovu nulová, tedy:

$$\vec{E} + \vec{E}_{10} + \vec{E}_{11} = 0 \quad \text{v objemu kovu} \quad (4)$$

Porováním rovnic (2) a (4) zjišťujeme, že neznámý proud  $\vec{J}_{11}$  musí být rozložen tak, aby jím vytvořené el. pole  $\vec{E}_{11}$  bylo nulové všude v objemu kovu. To ovšem znamená, že rozložení proudu  $\vec{J}_{11}$  je shodné s rozložením proudu v režimu vysílání. Velikost  $\vec{J}_{11}$  bude záviset na hodnotě zatěžovací impedance. Protože velikost proudu  $\vec{J}_{10}$  je dána výhradně měřeným polem, je velikost  $\vec{J}_{11}$  to jediné, co může na hodnotě zatěžovací impedance záviset. *Celkový proud v sondě je tedy součtem proudu, který by v sondě tekl při svorkách naprázdno a proudu v režimu vysílání.*

### 2.3 Aplikace principu reciprocity

Proud indukovaný v sondě září a indukuje v obvodu měřené antény napětí  $U_{ind}$ . V souladu s předchozím zjištěním můžeme toto napětí považovat za superpozici napětí  $U_{ind0}$  a  $U_{ind1}$ , přičemž napětí  $U_{ind0}$  je napětí indukované proudem  $\vec{J}_{10}$  a  $U_{ind1}$  je napětí indukované proudem  $\vec{J}_{11}$ . Tato napětí lze vypočítat pomocí principu reciprocity. Počítejme nejprve napětí  $U_{ind0}$ . Podle principu reciprocity platí:

$$\int_{\infty} \vec{E}_{10} \cdot \vec{J} dV = \int_{\infty} \vec{E} \cdot \vec{J}_{10} dV \quad (5)$$

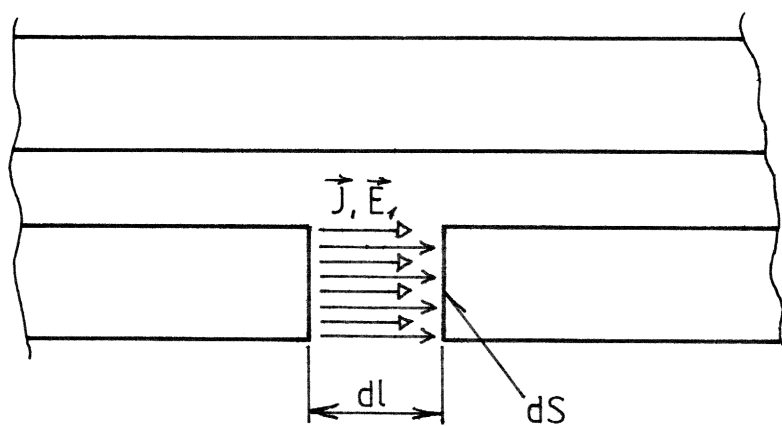
$\vec{J}$  je proud v měřené anténě,  $\vec{E}$  je jím vytvořené elektrické pole. Integrovat je třeba v celém prostoru až do nekonečna. Chceme-li zjistit v nějakém bodě například x-ovou složku intenzity elektrického pole  $E_{10x}$  buzenou proudem  $\vec{J}_{10}$ , stačí v tomto bodě umístit do elementárního objemu  $dV$  zdroj  $J_x \cdot dV = 1$ , který je ekvivalentní kmitajícímu elektrickému dipólu o momentu  $p_x = j\omega$ , a jím vytvořené elektrické pole  $\vec{E}$  dosadit do vztahu:

$$E_{10x} = \int_{\infty} \vec{E} \cdot \vec{J}_{10} dV$$

Kdybychom chtěli změřit velikost indukovaného napětí  $U_{ind0}$ , museli bychom obvod měřené antény přerušit a na takto vzniklých svorkách měřit napětí. Toto napětí můžeme ale snadno vypočítat pomocí výše uvedeného vztahu, který říká, že intenzitu elektrického pole  $\vec{E}_{10}$  mezi svorkami můžeme určit tak, že mezi ně vložíme proudový zdroj  $\vec{J}_x dV = 1$  a jím vytvořené el. pole  $\vec{E}$  do tohoto vztahu dosadíme. Protože rozměr prostoru mezi "měřicími svorkami" je velmi malý, můžeme proud v obvodu měřené antény  $I$  vypočítat jako

$$I = J \cdot dS ,$$

kde  $dS$  je plocha svorek (viz obrázek 7). Označíme-li  $dl$  vzdálenost svorek, je objem mezi



Obrázek 7: Přerušení obvodu měřené antény za účelem měření indukovaného napětí svorkami  $dV = dS \cdot dl$ . Můžeme tedy provést úpravu

$$\begin{aligned} J \cdot dV &= 1 \\ J \cdot dS \cdot dl &= 1 \\ I \cdot dl &= 1 \\ dl &= \frac{1}{I} \end{aligned}$$

Napětí mezi svorkami  $U_{ind0}$  můžeme vyjádřit pomocí  $E_{10}$  jako:

$$U_{ind0} = E_{10} \cdot dl = \frac{E_{10}}{I} = \frac{1}{I} \cdot \int_{\infty} \vec{E} \cdot \vec{J}_{10} dV$$

Protože proud  $\vec{J}_{10} \neq 0$  pouze v objemu sondy, stačí integrovat pouze po objemu sondy.

$$U_{ind0} = \frac{1}{I} \cdot \int_{sonda} \vec{E} \cdot \vec{J}_{10} dV \quad (6)$$

Podobně pro napětí  $U_{ind1}$  platí:

$$U_{ind1} = \frac{1}{I} \cdot \int_{sonda} \vec{E} \cdot \vec{J}_{11} dV \quad (7)$$

Celkové napětí indukované v obvodu měřené antény je tedy:

$$U_{ind} = U_{ind0} + U_{ind1} = U_{ind0} + \frac{1}{I} \cdot \int_{sonda} \vec{E} \cdot \vec{J}_1 dV \quad (8)$$

Protože objem svorek je jen malou částí celého objemu sondy, můžeme záření z prostoru svorek zanedbat a s dostatečnou přesností psát:

$$U_{ind} = U_{ind0} + \frac{1}{I} \cdot \int_{kov} \vec{E} \cdot \vec{J}_1 dV \quad (9)$$

Výraz pro  $U_{ind0}$  zde není rozepsán, protože  $U_{ind0}$  nezávisí na zatěžovací impedanci a jeho velikost nás v praxi nebude zajímat. V posledním vztahu provedme ještě drobnou úpravu, jejíž význam vysvětlíme později. Normujme proudovou hustotu  $\vec{J}_1$  tak, aby její integrál po ploše svorky, tedy proud  $I_1$ , tekoucí zatěžovací impedancí, byl roven 1. Takto normovanou proudovou hustotu označme  $\vec{J}_1^{\sim}$ .

$$U_{ind} = U_{ind0} + \frac{1}{I} \cdot I_1 \cdot \int_{kov} \vec{E} \cdot \vec{J}_1^{\sim} dV \quad (10)$$

## 2.4 Výpočet proudu zatěžovací impedancí sondy

Odvodme nyní vztah, jehož význam není na první pohled patrný, ale který použijeme později. V celém nekonečném prostoru platí:

$$\vec{E}_{11} \cdot \vec{J}_{10} = 0, \quad (11)$$

protože v objemu kovu sondy je nulové  $\vec{E}_{11}$ , kdežto všude jinde je zase nulové  $\vec{J}_{10}$ . Tím pádem ale musí také platit:

$$\int_{\infty} \vec{E}_{11} \cdot \vec{J}_{10} dV = 0 \quad (12)$$

Podle principu reciprocity, který nyní aplikujeme již podruhé, platí:

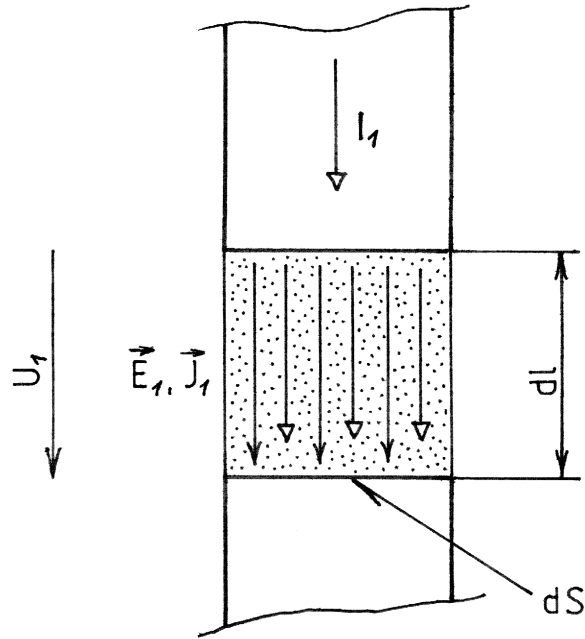
$$\int_{\infty} \vec{E}_{11} \cdot \vec{J}_{10} dV = \int_{\infty} \vec{E}_{10} \cdot \vec{J}_{11} dV \quad (13)$$

Potože ale proudová hustota  $\vec{J}_{11} \neq 0$  pouze v objemu sondy, můžeme výraz na pravé straně předchozího vztahu integrovat pouze po objemu sondy. Platí tedy:

$$\int_{sonda} \vec{E}_{10} \cdot \vec{J}_{11} dV = 0 \quad (14)$$

Vyšetřeme nyní situaci v prostoru svorek sondy. Protože tento prostor je velmi malý, lze přijmout představu, že intenzita el. pole  $\vec{E}_1$  a proudová hustota  $\vec{J}_1$  je v něm všude konstantní a má i stejný směr (viz obrázek 8). Potom napětí mezi svorkami  $U_1 = E_1 \cdot dl$ , kde  $dl$  je vzdálenost mezi svorkami, a proud zatěžovací impedancí  $I_1 = J_1 \cdot dS$ , kde  $dS$  je plocha jedné svorky. Protože ale  $\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} + \vec{E}_{11}$ , můžeme i napětí na svorkách považovat za superpozici dvou napětí  $U_{10}$  a  $U_{11}$ .

$$U_1 = U_{10} + U_{11} = dl \cdot E_{10} + U_{11} \quad (15)$$



Obrázek 8: Detail svorek sondy

Napětí  $U_{11}$  je napětí, které vzniká na svorkách sondy v režimu vysílání, platí tedy:

$$U_{11} = Z_s \cdot I_1 \quad (16)$$

$Z_s$  je impedance sondy při vysílání (která je samozřejmě stejná jako při příjmu). Svorkové napětí a proud jsou mezi sebou vzájemně vázány hodnotou zatěžovací impedance:

$$U_1 = -Z_L \cdot I_1 \quad (17)$$

Dosazením rovnic (17) a (16) do rovnice (15) dostaneme:

$$-Z_L \cdot I_1 = dl \cdot E_{10} + Z_s \cdot I_1 \quad (18)$$

$$-(Z_L + Z_s) \cdot I_1 = dl \cdot E_{10} \quad (19)$$

Vynásobme nyní rovnici (19) proudovou hustotou  $\vec{J}_{11}$  a integrujme po objemu svorek.

$$-(Z_L + Z_s) \cdot I_1 \cdot \int_{\text{svorky}} \vec{J}_{11} dV = dl \cdot \int_{\text{svorky}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E}_{10} dV \quad (20)$$

$$-(Z_L + Z_s) \cdot I_1 \cdot J_{11} \cdot dS \cdot dl = dl \cdot \int_{\text{svorky}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E}_{10} dV \quad (21)$$

$$-(Z_L + Z_s) \cdot I_1^2 = \int_{\text{svorky}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E}_{10} dV \quad (22)$$

Vynásobme dále rovnici (2) také proudovou hustotou  $\vec{J}_{11}$  a integrujme po objemu kovu.

$$-\int_{\text{kov}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E} dV = \int_{\text{kov}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E}_{10} dV \quad (23)$$

Sečtěme nyní rovnice (22) a (23).

$$-(Z_L + Z_s) \cdot I_1^2 - \int_{\text{kov}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E} dV = \int_{\text{sonda}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E}_{10} dV \quad (24)$$

Integrál na pravé straně této rovnice je roven 0, jak bylo dříve odvozeno.

$$\int_{\text{kov}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E} dV = -(Z_L + Z_s) \cdot I_1^2 \quad (25)$$

Normujme proudovou hustotu  $\vec{J}_{11}$  tak, aby její integrál po ploše svorky, tedy proud tekoucí zatěžovací impedancí  $I_1$ , byl roven 1.

$$I_1 \cdot \int_{\text{kov}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E} dV = -(Z_L + Z_s) \cdot I_1^2 \quad (26)$$

$$I_1 = -\frac{1}{Z_L + Z_s} \cdot \int_{\text{kov}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E} dV \quad (27)$$

## 2.5 Výsledný vztah pro napětí indukované v obvodu měřené antény

Dosazením rovnice (27) do rovnice (10) dostaneme výsledný vztah pro napětí indukované v obvodu měřené antény vlivem přítomnosti sondy:

$$U_{ind} = U_{ind0} - \frac{1}{I} \cdot \frac{\left( \int_{\text{kov}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{E} dV \right)^2}{Z_L + Z_s} \quad (28)$$

Jestliže intenzita elektrického pole  $\vec{E}$  je konstantní v prostoru sondy, potom lze tuto veličinu vytknout před integrál a dostaneme:

$$U_{ind} = U_{ind0} - \frac{1}{I} \cdot \frac{\left( \vec{E} \cdot \int_{\text{kov}} \vec{J}_{11} \cdot \vec{e} dV \right)^2}{Z_L + Z_s} \quad (29)$$

$\vec{e}$  je jednotkový vektor ve směru intenzity elektrického pole  $\vec{E}$ . Vzniklý integrál je ovšem roven *efektivní délce sondy*, označujme ji  $l_s$ . Tento parametr ale umíme pro některé jednoduché antény, jako ja například dipól, vypočítat.

$$U_{ind} = U_{ind0} - \frac{1}{I} \cdot \frac{(E \cdot l_s)^2}{Z_L + Z_s} \quad (30)$$

Je vidět, že i při rozpojených svorkách sondy se bude v obvodu měřené antény vlivem přítomnosti sondy indukovat napětí  $U_{ind0}$ . Protože  $U_{ind0}$  nezávisí na zatěžovací impedanci, nebude modulováno a přijímač nebude tuto složku indukovaného napětí detekovat. *Velikost modulované složky bude úměrná kvadrátu velikosti intenzity elektrického pole v místě sondy. Fáze modulované složky bude úměrná dvojnásobku fáze intenzity elektrického pole.*

### 3 Systémový návrh

#### 3.1 Úvod do problematiky z hlediska teorie signálů

Při měření intenzity elektrického pole  $\vec{E}$  vychází pro složku indukovaného napětí, která je závislá na  $Z_L$  vztah:

$$\hat{U}'_{ind} = -\frac{1}{\hat{I}} \cdot \frac{\hat{E}^2 \hat{l}_s^2}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_L}$$

$\hat{U}'_{ind}$  je komplexní amplituda závislá na čase, neboť  $Z_L$  je časově závislá, tedy:

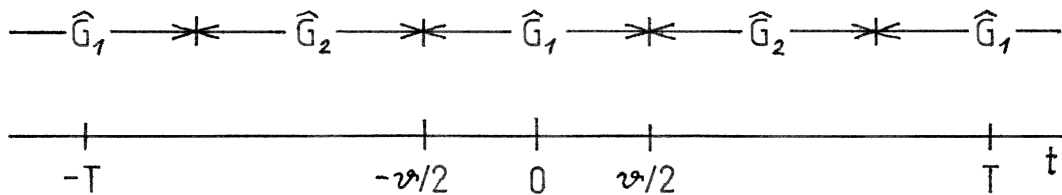
$$\hat{U}'_{ind}(t) = -\frac{1}{\hat{I}} \cdot \frac{\hat{E}^2 \hat{l}_s^2}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_L(t)} \quad (31)$$

Obecně lze psát:

$$\hat{U}'_{ind}(t) = -\frac{1}{\hat{I}} \cdot \hat{E}^2 \hat{l}_s^2 \cdot \hat{G}(t) \quad (32)$$

$$\hat{G}(t) = \frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_L(t)} \quad (33)$$

Zatěžovací impedance  $\hat{Z}_L(t)$  bude modulována obdélníkovým průběhem a bude tudíž nabývat pouze 2 možných hodnot  $\hat{Z}_{L1}$  a  $\hat{Z}_{L2}$ , tedy i celková vodivost  $\hat{G}(t)$  bude nabývat pouze dvou hodnot, označme je  $\hat{G}_1$  a  $\hat{G}_2$ . Před dalším výpočtem je třeba definovat počátek časové osy. Pro jednoduchost a názornost bude nejvhodnější, zvolíme-li počátek časové osy uprostřed intervalu, kde má veličina  $\hat{G}(t)$  hodnotu  $\hat{G}_1$  (viz obrázek 9).



Obrázek 9: Definice počátku časové osy

Takovýto signál lze chápat jako součet stejnosměrné složky o hodnotě  $\hat{G}_2$  a obdélníkového průběhu, u něhož se střídají hodnoty  $(\hat{G}_1 - \hat{G}_2)$  a 0. Pro koeficienty Fourierovy řady druhé složky signálu lze odvodit:

$$\hat{c}_k'' = (\hat{G}_1 - \hat{G}_2) \cdot \frac{\vartheta}{T} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2} k \Omega\right) \quad (34)$$

$\Omega = \frac{2\pi}{T}$  je nf modulační kmitočet <sup>1</sup>. Po přičtení koeficientu  $c'_0 = \hat{G}_2$ , který vyjadřuje

<sup>1</sup>Je třeba poznamenat, že signál  $\hat{G}(t)$  je komplexní a proto obecně neplatí, že  $\hat{c}_{-k} = \hat{c}_k^*$ .

stejnosemernou složku, lze pro koeficienty Fourierovy řady signálu  $\hat{G}(t)$  psát:

$$\hat{c}_k = \begin{cases} (\hat{G}_1 - \hat{G}_2) \cdot \frac{\vartheta}{T} + \hat{G}_2 & \text{pro } k = 0 \\ (\hat{G}_1 - \hat{G}_2) \cdot \frac{\vartheta}{T} \cdot \text{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\Omega) & \text{pro } k \neq 0 \end{cases} \quad (35)$$

### 3.1.1 Otázka nejvhodnější střídavy modulačního signálu

Měřicí aparatura bude citlivá na první harmonickou modulační obálku, která je vyjádřena dvojicí koeficientů  $\hat{c}_1, \hat{c}_{-1}$ . Při daných hodnotách  $\hat{G}_1$  a  $\hat{G}_2$  lze velikost těchto koeficientů maximalizovat volbou poměru  $\frac{\vartheta}{T}$ . Protože výraz  $\frac{\vartheta}{T} \cdot \text{sinc}(\frac{\vartheta}{2}k\Omega)$  nabývá maxima pro  $\frac{\vartheta}{T} = 0,5$ , je nejvhodnější volit střídavu modulačního průběhu 1:1.

## 3.2 Vliv modulátoru na velikost indukovaného napětí

Předpokládejme nyní na chvíli, že máme možnost libovolně volit obě zatěžovací impedance  $\hat{Z}_{L1}$  a  $\hat{Z}_{L2}$ , pouze s tím omezením, že obě musí mít kladnou reálnou část. Pro maximální amplitudu 1. harmonické modulační obálky je třeba volit tyto impedance tak, aby  $|\hat{G}_1 - \hat{G}_2|$  byla maximální. Po rozepsání:

$$\left| \frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L1}} - \frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L2}} \right| \rightarrow \max \quad (36)$$

Nalezení takové dvojice impedancí  $\hat{Z}_{L1}$  a  $\hat{Z}_{L2}$ , při které nabývá tento výraz maxima lze provést s pomocí následující geometrické úvahy.

Geometrickým místem bodů, které znázorňují všechny přípustné hodnoty impedance  $\hat{Z}_L$  ( $\hat{Z}_{L1}$  nebo  $\hat{Z}_{L2}$ ) v komplexní rovině " $\hat{Z}_L$ " je polorovina. Přičtením  $\hat{Z}_s$  k  $\hat{Z}_L$  se tato polorovina posune vodorovně o hodnotu  $Re\{\hat{Z}_s\}$  a svisle o hodnotu  $Im\{\hat{Z}_s\}$  (viz obr. 10). Zobrazení z roviny " $\hat{Z}_L$ " do roviny " $\hat{Z}_s + \hat{Z}_L$ " tedy spočívá pouze v posunutí. Se zobrazením z roviny " $\hat{Z}_s + \hat{Z}_L$ " do roviny " $\frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_L}$ " je to složitější. Lze ale dokázat, že zmíněná polorovina v rovině " $\hat{Z}_s + \hat{Z}_L$ " se zobrazí do roviny " $\frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_L}$ " jako kruh se středem na reálné ose v bodě

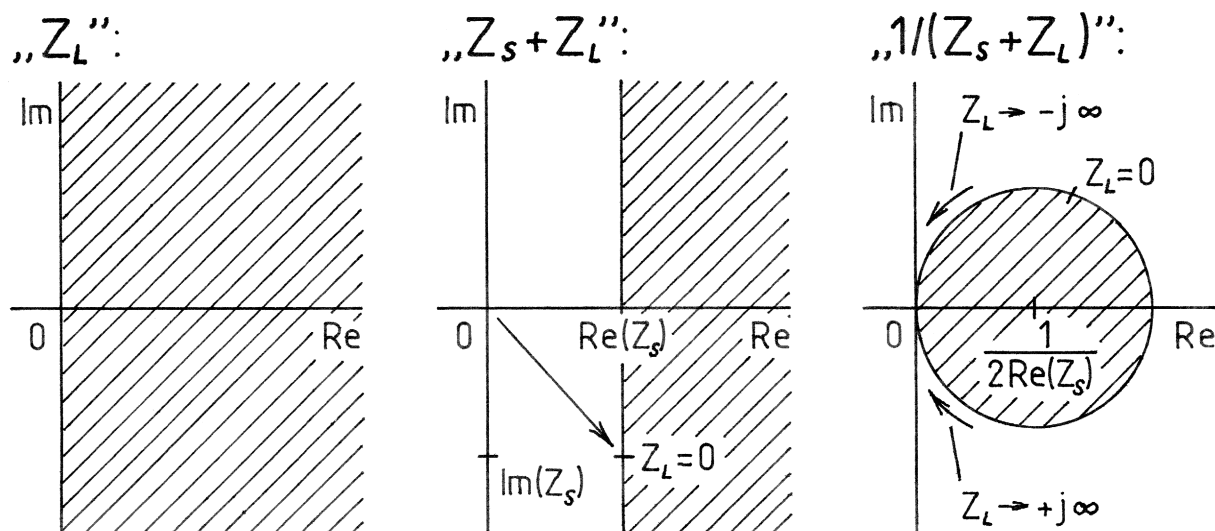
$$S = \frac{1}{2Re\{\hat{Z}_s\}} + 0j$$

a s poloměrem

$$r = \frac{1}{2Re\{\hat{Z}_s\}}$$

(viz obr. 10). Hraniční přímka uvažované poloroviny je přitom zobrazena na obvodovou kružnici kruhu. Vztah (36) je splněn, jestliže se vybrané impedance  $\hat{Z}_{L1}$  a  $\hat{Z}_{L2}$  zobrazují na protilehlé body na této kružnici. To znamená, že lze nalézt nekonečně mnoho kombinací  $\hat{Z}_{L1}$  a  $\hat{Z}_{L2}$ , které vyhovují vztahu (36), přičemž obě impedance jsou čistě imaginární.

V praxi ovšem není možnost volby obou impedancí ani zdaleka neomezená. Proto je vhodné pro zjednodušení dalších výpočtů zavést koeficient, který udává zmenšení amplitudy 1. harmonické modulační obálky oproti ideálnímu stavu, tj. stavu, kdy lze  $\hat{Z}_{L1}$  a



Obrázek 10: Znázornění zobrazení  $\frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_L}$  v komplexní rovině

$\hat{Z}_{L2}$  volit optimálně. Protože v celé soustavě sledujeme i fázové poměry, musí mít tento koeficient nejen velikost, ale i fázi. Označme koeficient písmenem  $\hat{q}$ . Výše uvedené lze matematicky zapsat takto:

$$\hat{q} = \frac{\frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L1}} - \frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L2}}}{\frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L1opt.}} - \frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L2opt.}}} \quad (37)$$

Zde  $\hat{Z}_{L1opt.}$  a  $\hat{Z}_{L2opt.}$  je nějaká dvojice impedancí vyhovující vztahu (36). Jak už ale bylo řečeno, lze optimálních dvojic impedancí  $\hat{Z}_{L1opt.}$  a  $\hat{Z}_{L2opt.}$  najít nekonečně mnoho. Pro jednoduchost a názornost je ale nejvhodnější volit:

$$\hat{Z}_{L1opt.} = -Im\{\hat{Z}_s\} \quad \hat{Z}_{L2opt.} = \infty \quad (38)$$

Potom:

$$\hat{q} = \frac{\frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L1}} - \frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L2}}}{\frac{1}{\hat{Z}_s - Im\{\hat{Z}_s\}} - \frac{1}{\hat{Z}_s + \infty}} = Re\{\hat{Z}_s\} \cdot \left( \frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L1}} - \frac{1}{\hat{Z}_s + \hat{Z}_{L2}} \right) \quad (39)$$

Pomocí naznačené geometrické úvahy se lze snadno přesvědčit, že pro absolutní hodnotu  $\hat{q}$  platí:

$$0 \leq |\hat{q}| \leq 1$$

Argument  $\hat{q}$  může být libovolný. Nazvěme koeficient  $\hat{q}$  *koeficientem přizpůsobení modulátoru*, protože vyjadřuje vhodnost určitého modulátoru pro použití s určitou měřicí sondou<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Uvedená volba  $\hat{Z}_{L1opt.}$  a  $\hat{Z}_{L2opt.}$  znamená, že v časových intervalech označených "1" je vyladěna reaktance sondy a výsledný obvod je zkratován, v časových intervalech označených "2" je obvod rozpojen.

Pro koeficienty Fourierovy řady signálu  $\hat{G}(t)$  lze na základě provedeného rozboru psát:

$$\hat{c}_k = \frac{\hat{q}}{\text{Re}\{\hat{Z}_s\}} \cdot \frac{\vartheta}{T} \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \quad \text{pro } k \neq 0 \quad (40)$$

Konečně pro koeficienty Fourierova rozvoje komplexní modulační obálky napětí  $\hat{U}'_{ind}$  platí:

$$\hat{u}'_{kOB} = -\frac{1}{\hat{I}} \cdot \hat{E}^2 \cdot \frac{\hat{l}_s^2 \cdot \hat{q}}{\text{Re}\{\hat{Z}_s\}} \cdot \frac{\vartheta}{T} \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \quad \text{pro } k \neq 0 \quad (41)$$

### 3.3 Spektrum a časový průběh indukovaného napětí

V dalším odvozování bude výhodnější přejít od Fourierovy řady k Fourierově transformaci. Dá se dokázat, že spektrální funkci lze vyjádřit pomocí koeficientů Fourierovy řady následovně:

$$\hat{S}(\omega) = 2\pi \cdot \sum_k \delta(\omega - k\Omega) \cdot \hat{s}_k \quad (42)$$

Spektrální funkce komplexní modulační obálky bez stejnosměrné složky je tedy:

$$\hat{U}'_{indOB}(\omega) = -\frac{1}{\hat{I}} \cdot \hat{E}^2 \cdot \frac{\hat{l}_s^2 \cdot \hat{q}}{\text{Re}\{\hat{Z}_s\}} \cdot \frac{\vartheta}{T} \cdot 2\pi \cdot \sum_k \delta(\omega - k\Omega) \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \quad \text{pro } \omega \neq 0 \quad (43)$$

Zdůrazněme znovu, že se jedná o spektrum komplexní modulační obálky, navíc bez "stejnosměrné složky" této komplexní modulační obálky, která odpovídá nemodulované nosné. Spektrum skutečného vf signálu o kmitočtu  $\omega_0$  lze vypočítat pomocí spektra jeho komplexní modulační obálky podle následujícího vztahu:

$$\hat{S}(\omega) = \frac{\hat{S}_{OB}(\omega - \omega_0) + \hat{S}_{OB}^*(-\omega - \omega_0)}{2} \quad (44)$$

Spektrální funkci uvažovaného vf signálu lze tedy vyjádřit vztahem:

$$\begin{aligned} \hat{U}'_{ind}(\omega) = & \hat{B}\pi \sum_k \delta(\omega - \omega_0 - k\Omega) \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) + \\ & + \hat{B}^*\pi \sum_k \delta(-\omega - \omega_0 - k\Omega) \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \quad \text{pro } \omega \neq \omega_0 \end{aligned} \quad (45)$$

Bylo zde použito zkráceného zápisu:

$$-\frac{1}{\hat{I}} \cdot \hat{E}^2 \cdot \frac{\hat{l}_s^2 \cdot \hat{q}}{\text{Re}\{\hat{Z}_s\}} \cdot \frac{\vartheta}{T} = \hat{B} \quad (46)$$

Vyjádříme nyní signál v časové oblasti pomocí obecného vztahu pro zpětnou Fourierovu transformaci

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{S}(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (47)$$

Po dosazení:

$$u''_{ind}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \hat{B}\pi \cdot \sum_k \delta(\omega - \omega_0 - k\Omega) \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) + \right. \\ \left. + \hat{B}^*\pi \cdot \sum_k \delta(-\omega - \omega_0 - k\Omega) \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \right] \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (48)$$

Dvojčárkované označení  $u''_{ind}(t)$  znamená, že jsme při odvozování již dvakrát zanedbali nemodulovanou nosnou. Upravujme dále tento výraz:

$$u''_{ind}(t) = \frac{1}{2}\hat{B} \cdot \sum_k e^{j(\omega_0+k\Omega)t} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) + \frac{1}{2}\hat{B}^* \cdot \sum_k e^{-j(\omega_0+k\Omega)t} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \quad (49)$$

$$u''_{ind}(t) = \frac{1}{2}|\hat{B}| \cdot \sum_k e^{j[(\omega_0+k\Omega)t+\arg(\hat{B})]} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) + \frac{1}{2}|\hat{B}|^* \cdot \sum_k e^{-j[(\omega_0+k\Omega)t+\arg(\hat{B})]} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \quad (50)$$

$$u''_{ind}(t) = |\hat{B}| \cdot \sum_k \cos[(\omega_0 + k\Omega)t + \arg(\hat{B})] \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \quad (51)$$

$$u''_{ind}(t) = |\hat{B}| \cdot \cos[\omega_0 t + \arg(\hat{B})] + \\ + |\hat{B}| \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \cdot \left\{ \cos[\omega_0 t + k\Omega t + \arg(\hat{B})] + \cos[\omega_0 t - k\Omega t + \arg(\hat{B})] \right\} \quad (52)$$

První člen v uvedeném součtu vyjadřuje nemodulovanou nosnou a nezajímá nás. Výraz v sumě lze upravit podle vzorce  $2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$ . Potom signál  $u''_{ind}(t)$  lze vyjádřit takto:

$$u''_{ind}(t) = |\hat{B}| \cdot \cos[\omega_0 t + \arg(\hat{B})] + 2 \cdot |\hat{B}| \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}k\Omega\right) \cdot \cos(k\Omega t) \cdot \cos(\omega_0 t + \arg(\hat{B})) \quad (53)$$

Měřicí aparatura bude citlivá pouze na první harmonickou modulační obálky, to znamená pouze na složky signálu na kmitočtech  $\omega_0 + \Omega$  a  $\omega_0 - \Omega$ , které po sečtení dají signál (označujme ho dále jednoduše  $u_{ind}(t)$ ):

$$u_{ind}(t) = 2 \cdot |\hat{B}| \cdot \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}\Omega\right) \cdot \cos(\Omega t) \cdot \cos(\omega_0 t + \arg(\hat{B})) \quad (54)$$

Po rozepsání  $\hat{B}$ :

$$u_{ind}(t) = 2 \frac{1}{|\hat{I}|} \cdot |\hat{E}^2| \cdot \left| \frac{\hat{l}_s^2 \cdot \hat{q}}{Re\{\hat{Z}_s\}} \right| \cdot \frac{\vartheta}{T} \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2}\Omega\right) \cdot \cos(\Omega t) \cdot \cos\left(\omega_0 t + \arg\left(-\frac{1}{\hat{I}} \cdot \hat{E}^2 \frac{\hat{l}_s^2 \cdot \hat{q}}{Re\{\hat{Z}_s\}}\right)\right) \quad (55)$$

Jedná se o amplitudově modulovaný signál DSB-SC. Naším úkolem tedy je určit z postranních pásem signálu DSB na kmitočtech  $\omega_0 + \Omega$  a  $\omega_0 - \Omega$  amplitudu tohoto signálu a fázi jeho nosné.

### 3.4 Vyjádření indukovaného výkonu

Pro výpočet poměru výkonu signálu k výkonu šumu v přijímači je nutné vyjádřit výkon tohoto signálu. Dosadíme nejprve do vztahu (55)  $\frac{\vartheta}{T} = 0,5$ :

$$u_{ind}(t) = 0,6366 \frac{1}{|\hat{I}|} \cdot |\hat{E}^2| \cdot \left| \frac{\hat{i}_s^2 \cdot \hat{q}}{Re\{\hat{Z}_s\}} \right| \cdot \cos(\Omega t) \cdot \cos \left( \omega_0 t + \arg \left( -\frac{1}{\hat{I}} \cdot \hat{E}^2 \frac{\hat{i}_s^2 \cdot \hat{q}}{Re\{\hat{Z}_s\}} \right) \right) \quad (56)$$

Střední výkon tohoto signálu je úměrný časové střední hodnotě jeho kvadrátu. Protože modulační kmitočet je podstatně menší než vř nosný kmitočet, můžeme provést nejprve středování vzhledem k vysoké frekvenci  $\omega_0$  a potom vzhledem k nízké frekvenci  $\Omega$ , aniž bychom se tím dopustili podstatné chyby. Středujeme-li tedy v čase, nejprve vzhledem k vysoké frekvenci  $\omega_0$ , dostaneme:

$$\langle u_{ind}^2(t) \rangle = \frac{0,6366^2}{2} \cdot \frac{1}{|\hat{I}|^2} \cdot |\hat{E}^2|^2 \cdot \left| \frac{\hat{i}_s^2 \cdot \hat{q}}{Re\{\hat{Z}_s\}} \right|^2 \cdot \cos^2(\Omega t) \quad (57)$$

Po vystředování i vzhledem k nízké frekvenci  $\Omega$  dostaneme:

$$\langle\langle u_{ind}^2(t) \rangle\rangle = \frac{0,6366^2}{2 \cdot 2} \cdot \frac{1}{|\hat{I}|^2} \cdot |\hat{E}|^4 \cdot \frac{|\hat{i}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(Re\{\hat{Z}_s\})^2} = 0,1013 \cdot \frac{1}{|\hat{I}|^2} \cdot |\hat{E}|^4 \cdot \frac{|\hat{i}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(Re\{\hat{Z}_s\})^2} \quad (58)$$

$\langle\langle u_{ind}^2(t) \rangle\rangle$  má význam středního výkonu signálu na odporu  $1 \Omega$ . Výkon vystupující z antény do vedení o reálné charakteristické impedanci  $Z_0$  je potom:

$$P_{ind} = |I_{ind}|^2 \cdot Z_0 = \frac{\langle\langle u_{ind}^2(t) \rangle\rangle}{|Z_0 + \hat{Z}_a|^2} \cdot Z_0 = \frac{\langle\langle u_{ind}^2(t) \rangle\rangle}{4 \cdot Z_0} \cdot \frac{4 \cdot Z_0^2}{|Z_0 + \hat{Z}_a|^2} \quad (59)$$

Poslední zlomek v tomto vztahu vyjadřuje útlum nepřizpůsobením mezi anténou a napáječem. Po dosazení za  $\langle\langle u_{ind}^2(t) \rangle\rangle$  dostaneme:

$$P_{ind} = 0,1013 \cdot |\hat{E}|^4 \cdot \frac{|\hat{i}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(Re\{\hat{Z}_s\})^2} \cdot \frac{1}{|\hat{I}|^2 \cdot 4 \cdot Z_0} \cdot \frac{4 \cdot Z_0^2}{|Z_0 + \hat{Z}_a|^2} \quad (60)$$

Nebo v jiné formě:

$$P_{ind} = 0,1013 \cdot \left| \frac{\hat{E}}{\hat{I}} \right|^4 \cdot \frac{|\hat{i}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(Re\{\hat{Z}_s\})^2} \cdot \frac{|\hat{I}|^2}{4 \cdot Z_0} \cdot \frac{4 \cdot Z_0^2}{|Z_0 + \hat{Z}_a|^2} \quad (61)$$

Vyjádříme maximální dosažitelný výkon, který by vstupoval do ideálně přizpůsobené antény, pomocí proudu  $\hat{I}$ , který teče do antény skutečné:

$$P_{a \text{ dos.}} = \frac{|\hat{U}_i|^2}{4 \cdot Z_0} = \frac{|\hat{I}|^2 \cdot |Z_0 + \hat{Z}_a|^2}{4 \cdot Z_0} \quad (62)$$

$\hat{U}_i$  značí vnitřní napětí zdroje, který napájí anténu. Obráceně kvadrát abs. hodnoty proudu  $\hat{I}$  lze vyjádřit:

$$|\hat{I}|^2 = P_{a\ dos} \cdot \frac{4 \cdot Z_0}{|Z_0 + \hat{Z}_a|^2} \quad (63)$$

Dosadíme-li tento výsledek do vztahů (60) a (61), dostaneme:

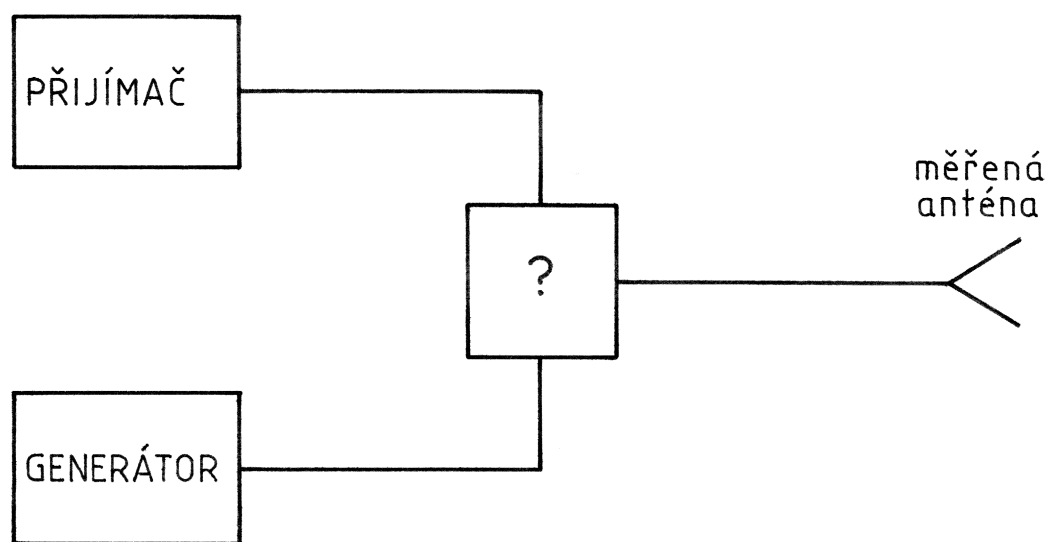
$$P_{ind} = 0,1013 \cdot |\hat{E}|^4 \cdot \frac{|\hat{l}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(\text{Re}\{\hat{Z}_s\})^2} \cdot \frac{1}{4 \cdot P_{a\ dos}} \quad (64)$$

$$P_{ind} = 0,1013 \cdot \left| \frac{\hat{E}}{\hat{I}} \right|^4 \cdot \frac{|\hat{l}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(\text{Re}\{\hat{Z}_s\})^2} \cdot \frac{P_{a\ dos}}{4 \cdot Z_0^2} \cdot \left( \frac{4 \cdot Z_0^2}{|Z_0 + \hat{Z}_a|^2} \right)^2 \quad (65)$$

Jak uvidíme dále, bude záviset na způsobu zapojení měřící aparatury, jak velká část tohoto výkonu se skutečně dostane na vstup přijímače.

### 3.5 Současné připojení generátoru a přijímače k měřené anténě

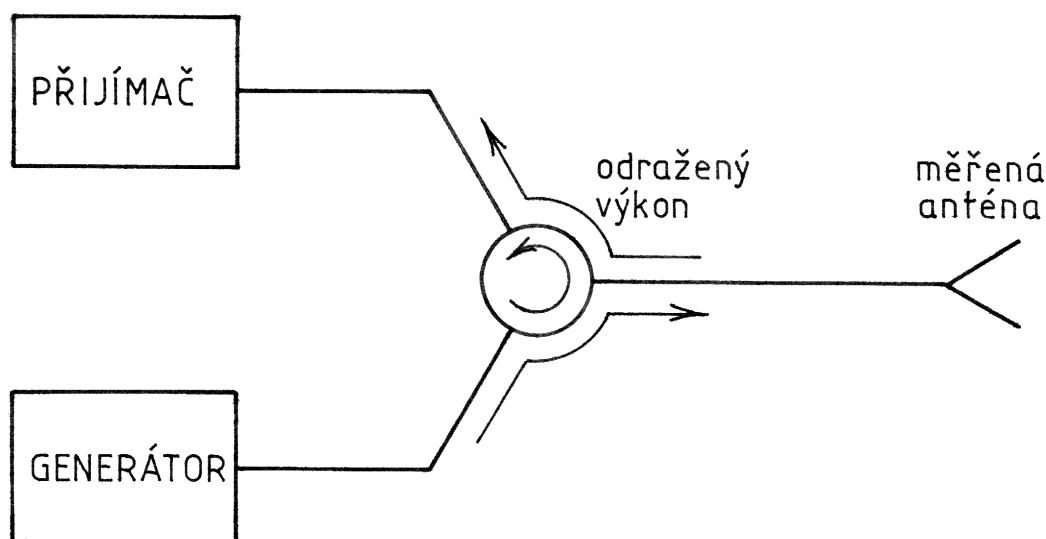
Měřenou anténu je třeba napájet signálem z generátoru a současně přivést napětí, které se v anténě indukuje působením měřící sondy, na vstup přijímače. Hledáme tedy 3-bran, který tuto funkci optimálně splní (viz obrázek 11).



Obrázek 11: Obecné znázornění připojení antény ke generátoru a přijímači

Protože řešená aparatura bude sloužit k přesnému měření, bylo by patrně vhodné, aby hledaný 3-bran byl totálně přizpůsobený. Vyvarujeme se tak možných chyb měření vlivem odrazů. S ohledem na velmi nepříznivé výkonové poměry v celé aparatuře by také bylo vhodné, aby byl bezztrátový. Dále by bylo vhodné, aby hledaný 3-bran zabránil

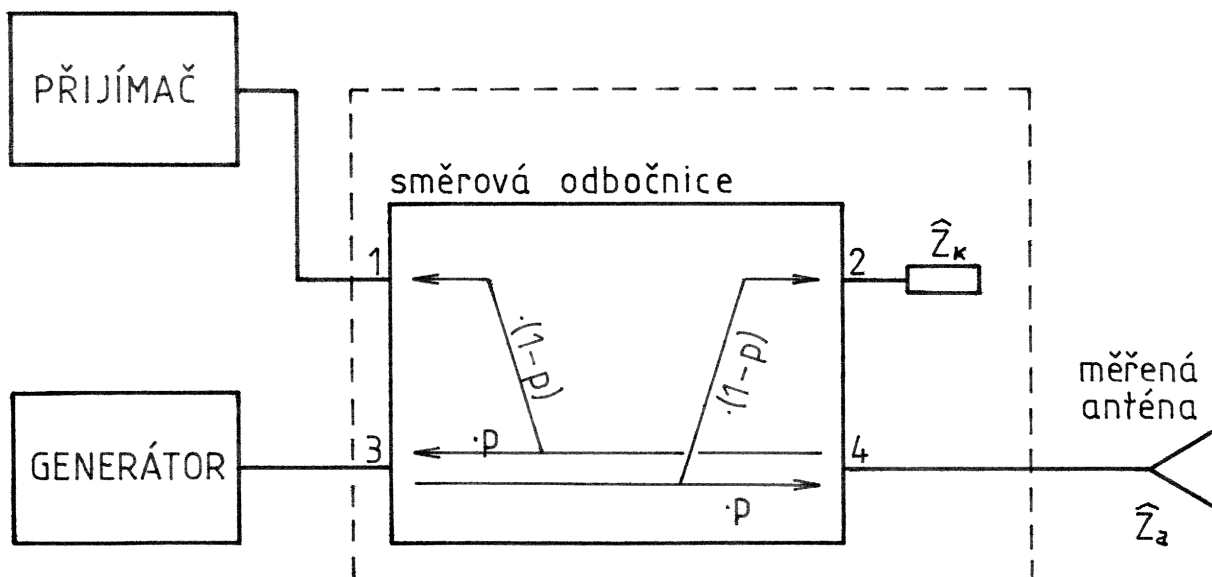
pronikání silného signálu generátoru na vstup přijímače. Všechny tři uvedené požadavky splňuje pouze ideální cirkulátor. V praxi je ale nutné počítat s tím, že měřená anténa nebude dokonale impedančně přizpůsobena k napájecí. Vlivem tohoto nepřizpůsobení se část výkonu generátoru na svorkách antény odrazí a bude skrz cirkulátor postupovat směrem k přijímači. Tento odražený výkon ale může být i při vyhovujícím impedančním přizpůsobení antény o několik řádů větší, než měřený signál.



Obrázek 12: Pronikání odraženého výkonu na vstup přijímače

Odražený výkon generátoru by způsoboval problémy při realizaci přijímače, který by jím neměl být zahlcen a při tom by musel mít dostatečnou citlivost. Daleko závažnější je ale skutečnost, že výstupní napětí generátoru obsahuje šum. Spektrální hustota výkonu tohoto šumu velmi prudce klesá se vzdáleností od nosné. Protože ale měřený signál je frekvenčně velmi blízko nosné, degradoval by šum generátoru značně citlivost měřící aparatury. Oba uvedené nedostatky by snad bylo možné odstranit vložením impedančního transformátoru do napájecí antény, pomocí kterého by bylo nutno před každým měřením anténu dokonale přizpůsobit. Takové zařízení realizované např. pomocí kolíků v koaxiálním vedení nebo vlnovodu je ale složité a jeho ladění zdlouhavé. Skutečné cirkulátory mají značně omezený kmitočtový rozsah použitelnosti a nedosahují dokonalého oddělení bran. Vzhledem k výše uvedeným skutečnostem řešení s cirkulátorem obecně nelze doporučit.

Při odstoupení od požadavku bezetrátovosti hledaného 3-branu se ale nabízí zajímavé řešení v podobě směrové odbočnice zakončené na jednom z vývodů jistou kompenzační impedancí  $\hat{Z}_k$  (viz obrázek 13). V tomto zapojení lze vhodným nastavením kompenzační impedance  $\hat{Z}_k$  dosáhnout toho, že napěťové vlny generátoru odražené od impedancí  $\hat{Z}_a$  a  $\hat{Z}_k$  se na výstupu "1" vzájemně odečtou a na vstup přijímače tedy neprosakuje výkon generátoru. Jaká je nejvhodnější směrovost směrové odbočnice? Požadujeme nejmenší celkový útlum trasy od generátoru, přes měřenou anténu, sondu, opět měřenou anténu,



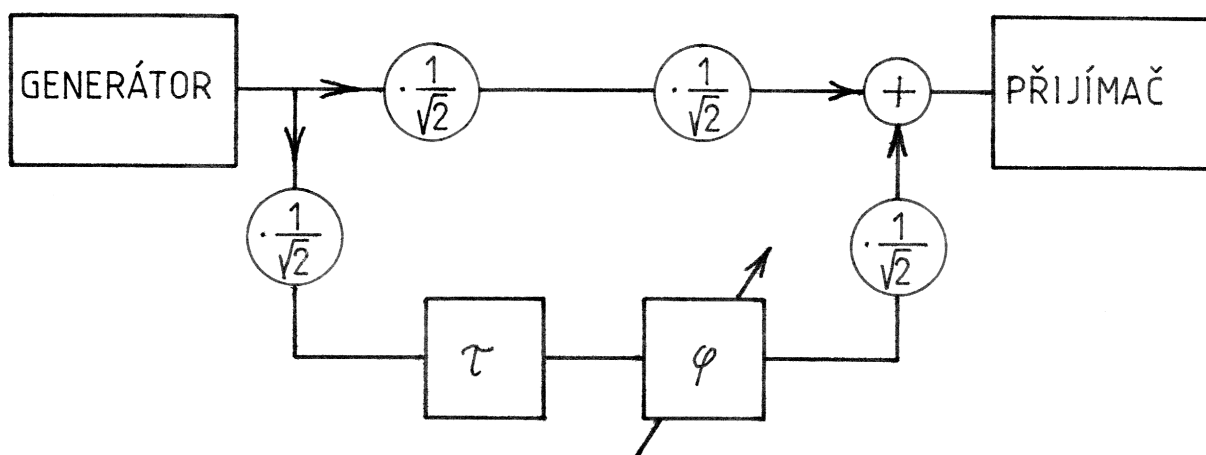
Obrázek 13: Připojení antény ke generátoru a přijímači pomocí směrové odbočnice

až na vstup přijímače. Je-li směrová odbočnice bezztrátová, je výkon generátoru  $P_G$  při postupu směrem k anténě zmenšen na  $p \cdot P_G$ . Výkon signálu je při postupu od antény k přijímači zmenšen z  $P_{ind}$  na  $(1 - p) \cdot P_{ind}$ . Požadujeme tedy, aby součin  $p \cdot (1 - p)$  byl maximální. To je pro  $p = 0,5$ . *Nejvhodnější je tedy 3 dB odbočnice* v jakémkoli provedení (90° hybrid, 180° hybrid, vlnododové "magické T"). Celkový útlum vložený do trasy 3 dB odbočnicí je tedy 6 dB. Použijeme-li např. 90° hybrid, je k vykompenzování výkonu odraženého od svorek antény třeba, aby  $\hat{\rho}_k = -\hat{\rho}_a$ . Kompenzační impedanci  $\hat{Z}_k$  lze realizovat například plynule nastavitelným útlumovým článkem zakončeným posuvným zkratem. Takto lze vykompenzovat výkon odražený od jakkoliv nepřizpůsobené antény. Při dokonalém vykompenzování a impedančním přizpůsobení generátoru a přijímače potom generátor i přijímač "vidí" na svých svorkách impedanci  $\hat{Z}_A$ , anténa "vidí" charakteristickou impedanci  $\hat{Z}_0$ .

### 3.6 Odhad výkonu šumu na vstupu přijímače

Jak již bylo zmíněno, limitujícím faktorem citlivosti celé měřicí aparatury může být šum generátoru pronikající na vstup přijímače. Při použití směrové odbočnice k současnému připojení generátoru a přijímače k měřené anténě lze tento pronikající výkon úplně vykompenzovat. Na první pohled by se tedy zdálo, že je vše v pořádku. Vlivem nepatrných tepelných a mechanických nestabilit se ale v praxi zřejmě nepodaří vykompenzovat pronikající výkon úplně. Jedná se o obvyklý problém odečítání dvou velkých čísel s malým rozdílem. Nepatrná změna jednoho z čísel způsobí značnou změnu výsledku. Ale i v případě, že by nastavení bylo naprosto přesné, může na vstup přijímače stále pronikat část šumu generátoru. Je totiž třeba si uvědomit, že je-li přenos z generátoru na vstup

přijímače nulový na kmitočtu  $\omega_0$ , nemusí být nulový na kmitočtech  $\omega_0 - \Omega$  a  $\omega_0 + \Omega$ , což jsou právě kmitočty, na kterých je soustředěn výkon měřeného signálu. Problém kmitočtové závislosti přenosu z výstupu generátoru na vstup přijímače je velmi složitý. K přibližnému odhadu této závislosti je ale možno použít zjednodušeného signálového modelu celé soustavy podle obrázku 14. Model předpokládá, že impedance  $\hat{Z}_k$  a  $\hat{Z}_a$  a směrovost odbočnice



Obrázek 14: Zjednodušený model soustavy směrová odbočnice - impedance  $\hat{Z}_k$  - anténa

jsou kmitočtově nezávislé a odrazy nastávají pouze v místech připojení impedancí  $\hat{Z}_k$  a  $\hat{Z}_a$ . Kmitočtová závislost přenosu je potom způsobena pouze různými délkami vedení, kterými jsou připojeny impedance  $\hat{Z}_k$  a  $\hat{Z}_a$ . Tento model by snad mohl dostatečně věrně vystihovat skutečnost ve velmi úzkém kmitočtovém rozsahu kolem  $\omega_0$ . Přímá cesta signálu v modelu přitom reprezentuje odraz od impedance  $\hat{Z}_k$ , cesta se zpožděním  $\tau$  potom odraz od impedance  $\hat{Z}_a$ , která může být v praxi připojena relativně dlouhým vedením. Násobné konstanty reprezentují dělení výkonu ve směrové odbočnici. Přenos přímé větve je potom

$$S_1(\omega) = \frac{1}{2},$$

Přenos větve se zpožděním:

$$S_2(\omega) = \frac{1}{2} e^{-j(\omega\tau + \varphi)}$$

Celkový přenos je potom:

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) = \frac{1}{2}(1 + e^{-j(\omega\tau + \varphi)})$$

Dokonalé vykompenzování znamená nastavení úhlu  $\varphi$  tak, aby  $S(\omega_0) = 0$ <sup>3</sup>, to znamená:

$$1 + e^{-j(\omega_0\tau + \varphi)} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \pi - \omega_0\tau$$

<sup>3</sup>Lze namítnout, že ve skutečnosti provádíme kompenzaci nastavováním přenosu v přímé větvi. Vzhledem k celkové zjednodušenosti modelu ale tato malá nesrovnalost nevnese do výsledku principiální chybu.

Po dosazení:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{1}{2}(1 + e^{-j(\omega\tau + \pi - \omega_0\tau)}) = \frac{1}{2}(1 - e^{-j\tau(\omega - \omega_0)}) = \\ &= \frac{1}{2}(1 - \cos \tau(\omega - \omega_0) - j \sin \tau(\omega - \omega_0)) \end{aligned}$$

Přenos výkonu je úměrný  $|S(\omega)|^2$ , upravme tedy předchozí výsledek.

$$\begin{aligned} |S(\omega)|^2 &= \frac{1}{4}[(1 - \cos \tau(\omega - \omega_0))^2 + (\sin \tau(\omega - \omega_0))^2] = \\ &= \frac{1}{4}[1 - 2 \cos \tau(\omega - \omega_0) + \cos^2 \tau(\omega - \omega_0) + \sin^2 \tau(\omega - \omega_0)] = \\ &= \frac{1}{4}[2 \cdot (1 - \cos^2 \tau(\omega - \omega_0))] = \frac{1}{2} \sin^2 \tau(\omega - \omega_0) \end{aligned}$$

Pokusme se nyní vyčíslit tento přenos pro hodnoty zpoždění  $\tau$  a odstupy postranních pásem modulovaného signálu od nosné  $(\omega - \omega_0)$ , které se mohou vyskytnout v praxi. Předpokládejme, že anténa bude připojena vedením, jehož maximální elektrická délka může být 15 m. Tomu odpovídá zpoždění signálu při cestě tam a zpět 100 ns. Rozdíl  $(\omega - \omega_0)$  je roven modulačnímu úhlovému kmitočtu  $\Omega$ . Pro modulační kmitočet 1 kHz vychází:

$$|S(\omega_0 \pm \Omega)|^2 \doteq 2 \cdot 10^{-7} \approx -67 \text{ dB}$$

Pro modulační kmitočet 10 kHz vychází:

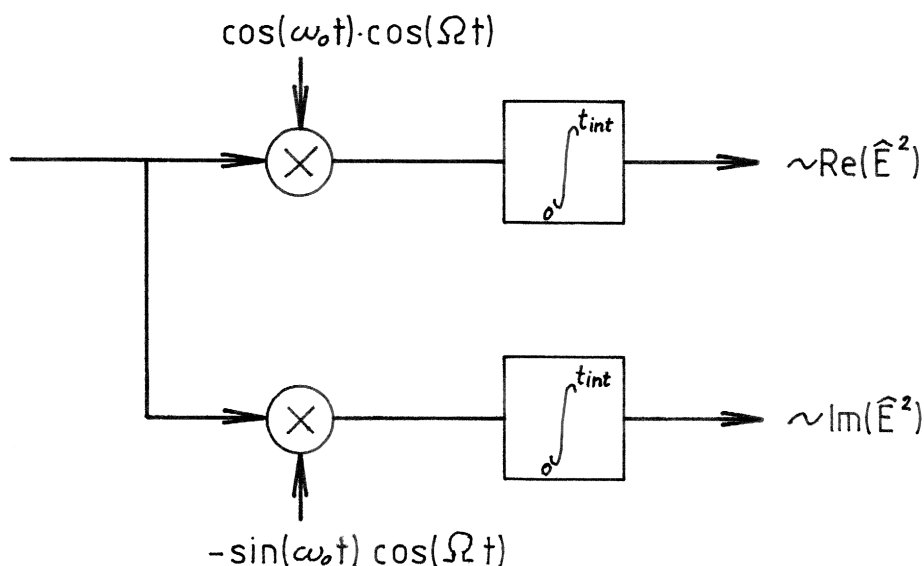
$$|S(\omega_0 \pm \Omega)|^2 \doteq 2 \cdot 10^{-5} \approx -47 \text{ dB}$$

Je vidět, že čím větší je kmitočtová vzdálenost postranních pásem modulovaného signálu od nosné, tím větší část šumu generátoru bude na těchto kmitočtech pronikat na vstup přijímače. Proti tomuto vzrůstu přenosu se vzdáleností od nosné ale působí pokles spektrální výkonové hustoty šumu generátoru se vzdáleností od nosné.

Závěr: Šum generátoru může omezovat citlivost celé aparatury i při dokonalé kompenzaci signálu generátoru, který proniká na vstup přijímače. V praxi ale nelze počítat ani s dokonalou kompenzací. Pro odhad výkonu šumu na vstupu přijímače proto předpokládejme, že kompenzaci se podaří nastavit tak, že výkon pronikající na vstup přijímače bude o 30 dB menší, než výkon generátoru. Kmitočtovou závislost přenosu lze pak na základě předchozího rozboru zanedbat (pro praktické hodnoty  $\tau$  a  $\Omega$ ).

### 3.7 Nalezení optimální struktury přijímače

Optimálním přijímačem budeme v této úloze rozumět přijímač, který umožňuje při daném odstupu výkonu signálu od šumu na vstupu co nejpřesnější měření. Protože každé praktické měření musí proběhnout v určitém konečném čase (jinak by nám nebylo moc užitečné), budeme v tomto odstavci pod pojmem signál dále rozumět signál s konečnou dobou trvání, konkrétně určitý časový výsek napětí  $u_{ind}(t)$ . Tvar tohoto signálu je nám velmi dobře známý, neznámé jsou pouze parametry amplituda a fáze nosné, což jsou právě



Obrázek 15: Optimální korelační přijímač

veličiny, které chceme měřit. Dále můžeme určit spektrální hustotu výkonu šumu na vstupu přijímače a víme, že šum je aditivní. Protože potřebujeme měřit amplitudu signálu, měl by být celý přijímač lineární soustavou.

Kdybychom znali fázi měřeného signálu, byl by výstupem měření pouze údaj o amplitudě. Požadovali bychom tedy, aby tento údaj měl minimální rozptyl. V tomto případě a při platnosti výše uvedených podmínek je optimálním přijímačem *přijímač korelační* (viz [9]). Ten lze realizovat buď *násobičkou a integrátorem*, nebo *přizpůsobeným filtrem*. V našem případě bude pro realiaci vhodnější řešení s násobičkou a integrátorem, protože známe čas příchodu signálu na vstup přijímače. Neznámým parametrem je ale fáze signálu. Lze dokázat, že v takovém případě je optimálním přijímačem dvoukanalový korelátor, přičemž oba referenční signály pro násobičky jsou vzájemně kolmé (viz obrázek 15).

Za předpokladu frekvenčně nezávislé spektrální hustoty výkonu šumu na vstupu lze pro poměr výkonu signálu k výkonu šumu na výstupu přijímače odvodit <sup>4</sup>:

$$\frac{u_{vyst}^2}{\sigma^2(u_{vyst})} = \frac{2 \cdot E}{G} \quad (66)$$

Napětí  $u_{vyst}$  je již jedna výsledná změřená hodnota,  $\sigma^2(u_{vyst})$  její rozptyl.  $E$  je energie signálu,  $G$  je spektrální hustota výkonu na vstupu přijímače ve W/Hz. Vztah je platný pro jeden kanál korelátoru při takové fázi signálu, kdy výstupní napětí tohoto kanálu je maximální. Vyjádřeme nyní energii signálu jako součin jeho středního výkonu a času

<sup>4</sup>Lze namítnout, že šum na vstupu přijímače se skládá především ze šumu generátoru, který ale není ani zdaleka frekvenčně nezávislý. V praxi ovšem můžeme předpokládat dobu integrace alespoň několik period modulačního signálu. Ekvivalentní šířka pásma přijímače je pak velmi malá a v takto úzkém pásmu již lze považovat spektrální hustotu šumu s dostatečnou přesností za konstantní.

integrace. To lze provést při námi uvažovaném signálu jen tehdy, jestliže čas integrace je roven celistvému počtu púlperiod modulačního signálu, nebo jestliže tento čas je hodně dlouhý.

$$E = t_{int} \cdot P \quad (67)$$

$$\frac{u_{vyst}^2}{\sigma^2(u_{vyst})} = \frac{2 \cdot t_{int} \cdot P}{G(f_0 \pm F)} \quad (68)$$

$G(f_0 \pm F)$  je spektrální hustota výkonu šumu na vstupu přijímače na kmitočtech postranních pásem modulovaného signálu ve W/Hz (předpokládáme, že  $G(f_0 + F) = G(f_0 - F)$ ).

### 3.8 Odstup signálu od šumu na výstupu přijímače

Při použití 3 dB odbočnice jako vazebního prvku mezi generátorem, anténou a přijímačem je výkon signálu  $P_{RX}$ , který se dostane na vstup přijímače roven  $\frac{1}{2}$  výkonu  $P_{ind}$ , který vystupuje z antény. Podobně maximální dosažitelný výkon, který by vstupoval do ideálně přizpůsobené antény  $P_{a\ dos}$  je roven  $\frac{1}{2}$  výkonu generátoru  $P_G$ . S uvážením těchto skutečností upravíme vztahy (64) a (65). Po sloučení všech konstant dostaneme:

$$P_{RX} = \frac{|\hat{E}|^4}{P_{a\ dos}^2} \cdot 6,33 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{|\hat{l}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(Re\{\hat{Z}_s\})^2} \cdot P_G \quad (69)$$

$$P_{RX} = \left| \frac{\hat{E}}{\hat{I}} \right|^4 \cdot 6,33 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{|\hat{l}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(Re\{\hat{Z}_s\})^2} \cdot \frac{P_G}{Z_0^2} \cdot \left( \frac{4 \cdot Z_0^2}{|Z_0 + \hat{Z}_a|^2} \right)^2 \quad (70)$$

Dosaďme nyní tyto vztahy do výrazu (68) pro výpočet odstupu signálu od šumu na výstupu přijímače.

$$\frac{u_{vyst}^2}{\sigma^2(u_{vyst})} = \frac{|\hat{E}|^4}{P_{a\ dos}^2} \cdot 0,0127 \cdot \frac{|\hat{l}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(Re\{\hat{Z}_s\})^2} \cdot \frac{P_G}{G(f_0 \pm F)} \cdot t_{int} \quad (71)$$

$$\frac{u_{vyst}^2}{\sigma^2(u_{vyst})} = \left| \frac{\hat{E}}{\hat{I}} \right|^4 \cdot \frac{1}{Z_0^2} \cdot 0,0127 \cdot \frac{|\hat{l}_s|^4 \cdot |\hat{q}|^2}{(Re\{\hat{Z}_s\})^2} \cdot \frac{P_G}{G(f_0 \pm F)} \cdot t_{int} \cdot \left( \frac{4 \cdot Z_0^2}{|Z_0 + \hat{Z}_a|^2} \right)^2 \quad (72)$$

### 3.9 Výpočet odstupu signálu od šumu v některých praktických situacích

Pro výpočet odstupu signálu od šumu na výstupu přijímače je nutné odhadnout parametry generátoru, sondy a přijímače, které se mohou v praxi vyskytovat. O přijímači budeme předpokládat, že se blíží optimálnímu (viz kapitolu 3.7), pouze uvážíme velikost jeho vlastního šumu.

### 3.9.1 Výkon a šum generátoru

Předpokládejme například generátor s výstupním výkonem 100 mW tj. 20 dBm. Jestliže se podaří vykompenzovat výkon pronikající na vstup přijímače tak, že je o 30 dB menší, než výkon generátoru, proniká na vstup přijímače výkon 0,1 mW tj. -10 dBm. Dynamický rozsah přijímače musí být takový, aby se tímto výkonem žádná část přijímacího řetězce nedostala do nelineární oblasti převodní charakteristiky. Použijeme-li laboratorní vf generátor, můžeme očekávat přibližně takovéto hodnoty spektrální hustoty výkonu šumu poblíž nosné (měřeno v pásmu 1 Hz, vztaheno k výkonu nosné):

Výkon šumu na výstupu generátoru		
odstup od nosné	1 kHz	10 kHz
běžné typy	-80 dBc/Hz	-110 dBc/Hz
kvalitní typy	-100 dBc/Hz	-130 dBc/Hz

Na vstup přijímače pronikne výkon o 30 dB menší, tedy:

Výkon šumu na vstupu přijímače		
odstup od nosné	1 kHz	10 kHz
běžné typy	-110 dBc/Hz	-140 dBc/Hz
kvalitní typy	-130 dBc/Hz	-160 dBc/Hz

Při výkonu generátoru 20 dBm je to konkrétně:

Výkon šumu na vstupu přijímače		
odstup od nosné	1 kHz	10 kHz
běžné typy	-90 dBm/Hz	-120 dBm/Hz
kvalitní typy	-110 dBm/Hz	-140 dBm/Hz

Uvážíme-li, že spektrální výkonová hustota tepelného šumu je při pokojové teplotě  $-174$  dBm/Hz a šum skutečného přijímače může být dejme tomu  $10\times$  nebo i  $100\times$  větší, je stále ještě zanedbatelný oproti šumu, který proniká na vstup přijímače z generátoru. *Faktorem limitujícím citlivost celé aparatury je tedy šum generátoru pronikající na vstup přijímače.*

### 3.9.2 Parametry modulátoru

Modulátorem nechť je vf Schottkyho dioda, kterou budeme modelovat při polarizaci v propustném směru rezistorem o odporu  $R_s = 5\Omega$  a při polarizaci v závěrném směru bezetrátovým kondenzátorem o kapacitě  $C_d = 1pF$ .

### 3.9.3 Měření parabolické antény na kmitočtu 10 GHz v blízké zóně záření

Vycházejme ze zjednodušené představy, že anténa je dokonale impedančně přizpůsobena a celá její plocha je rovnoměrně ozářena. Potom plošná hustota výkonu těsně před ústím paraboloidu je

$$\Pi = \frac{P_a \text{ dos}}{S},$$

kde  $S$  je plocha ústí. Dosadíme  $\Pi = \frac{E^2}{120\pi}$ :

$$\frac{E^2}{120\pi} = \frac{P_{a \text{ dos}}}{S} \Rightarrow \frac{E^2}{P_{a \text{ dos}}} = \frac{120\pi}{\pi r^2},$$

kde  $S$  a  $r$  jsou plocha a poloměr ústí. Pro paraboloid o průměru 1 m vychází:

$$\frac{E^2}{P_{a \text{ dos}}} = \frac{120\pi}{0,8} \doteq 470 \text{ V}^2\text{W}^{-1}\text{m}^{-2}$$

Sondou nechť je symetrický tlustý dipól o celkové délce  $0,1\lambda$ . Impedance takového dipólu  $\hat{Z}_s$  je přibližně  $(2 - j1000) \Omega$ . Velikost koeficientu přizpůsobení modulátoru potom vychází:

$$|\hat{q}| \doteq 3 \cdot 10^{-5}$$

Efektivní délka takového krátkého dipólu je přibližně rovna jeho délce mechanické. Po dosazení všech těchto veličin do vztahu (71) dostaneme výsledek, který zapíšeme ve tvaru:

$$\frac{u_{vyst}^2}{\sigma^2(u_{vyst})} = x \cdot t_{int}, \quad (73)$$

velikost konstanty  $x$  je pak uvedena pro různé typy generátorů a 2 různé modulační kmitočty v následující tabulce:

x		
modulační kmitočet	1 kHz	10 kHz
běžné generátory	$6 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-3}$
kvalitní generátory	$6 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-1}$

Význam výsledků je následující: Například při použití kvalitního generátoru a modulačního kmitočtu 10 kHz dostaneme po 10 s průměrování odstup  $\frac{u_{vyst}^2}{\sigma^2(u_{vyst})} = 6$ . Je vidět, že citlivost aparatury je v tomto případě naprosto nedostatečná. Pokusme se provést výpočet za předpokladu, že se nám nějakým způsobem podaří dosáhnout koeficientu přizpůsobení modulátoru  $|\hat{q}| = 0,5$ . Potom konstanta  $x$  vyjde:

x		
modulační kmitočet	1 kHz	10 kHz
běžné generátory	$1,4 \cdot 10^3$	$1,4 \cdot 10^6$
kvalitní generátory	$1,4 \cdot 10^5$	$1,4 \cdot 10^8$

Je vidět, že v případě, že by se podařilo modulátor dobře přizpůsobit, byla by citlivost aparatury dostatečná. Například v nejhorším případě, při modulačním kmitočtu 1 kHz a běžném typu generátoru dostaneme po 1 s průměrování odstup  $\frac{u_{vyst}^2}{\sigma^2(u_{vyst})} = 1400$ , což by již mohla být použitelná přesnost.

### 3.9.4 Měření trychtýřové antény na kmitočtu 10 GHz ve vzdálené zóně záření

Vycházejme ze zjednodušené představy, že anténa je dokonale impedančně přizpůsobena a že září se stejnou intenzitou do prostorového úhlu  $\pi/2$ , kdežto mimo tento prostorový úhel nezáří vůbec. Potom pro plošnou hustotu výkonu v sektoru záření antény platí:

$$\Pi = \frac{P_{a \text{ dos}}}{4\pi r^2} \cdot \frac{4\pi}{\pi/2} = \frac{2 \cdot P_{a \text{ dos}}}{\pi \cdot r^2}$$

$$\Pi = \frac{E^2}{120\pi} \Rightarrow \frac{E^2}{120\pi} = \frac{2 \cdot P_{a \text{ dos}}}{\pi \cdot r^2} \Rightarrow \frac{E^2}{P_{a \text{ dos}}} = \frac{2 \cdot 120}{r^2}$$

Uvažujme vzdálenost  $r$  například 10 m. Potom:

$$\frac{E^2}{P_{a \text{ dos}}} = 2,4$$

Sondou nechť je jakákoli anténa s impedancí  $50 \Omega$  a s efektivní plochou  $20 \text{ cm}^2$  (to by mohl být například opět trychtýř). Efektivní plochu přepočteme na efektivní délku podle vztahu:

$$l_{ef}^2 = \frac{S_{ef} \cdot R_{\Sigma VST}}{30\pi}$$

Pro uvažované hodnoty vyjde  $l_{ef} \doteq 3,3 \text{ cm}$ . Velikost koeficientu přizpůsobení modulátoru vyjde  $|q| \doteq 0,3$ . Konstanta  $x$  ve výsledku tvaru (73) potom vyjde v jednotlivých případech takto:

x		
modulační kmitočet	1 kHz	10 kHz
běžné generátory	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-2}$
kvalitní generátory	$2 \cdot 10^{-3}$	2

Citlivost aparatury je v tomto případě naprosto nedostatečná.

### 3.9.5 Měření půlvlnného dipólu na kmitočtu 100 MHz

Velikost intenzity pole vytvořené půlvlnným dipólem v zóně záření vypočteme podle vztahu:

$$E = 60 \cdot I \cdot F \cdot \frac{1}{r},$$

kde  $F$  je funkce záření půlvlnného dipólu:

$$F = \frac{\cos(\pi/2 \cos \vartheta)}{\sin \vartheta},$$

$\vartheta$  je úhel odklonu od osy dipólu. Kolmo k ose dipólu je  $F = 1$ . Tedy

$$\frac{E}{I} = \frac{60}{r}$$

Počítejme s měřením ve vzdálenosti  $r = 1,5 \text{ m}$ , což je zhruba hranice mezi blízkou a vzdálenou oblastí záření. Potom

$$\frac{E}{I} = 40 \text{ Vm}^{-1}\text{A}^{-1}$$

Sondou nechť je symetrický tlustý dipól o celkové délce  $0,1\lambda$ . Impedance takového dipólu  $\hat{Z}_s$  je přibližně  $(2 - j1000) \Omega$ . Velikost koeficientu přizpůsobení modulátoru potom vychází:

$$|\hat{q}| \doteq 3 \cdot 10^{-5}$$

Efektivní délka takového krátkého dipólu je přibližně rovna jeho délce mechanické. Po dosazení všech těchto veličin do vztahu (72) vyjde konstanta  $x$  ve výsledku tvaru (73) takto<sup>5</sup>:

x		
modulační kmitočet	1 kHz	10 kHz
běžné generátory	$4 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^6$
kvalitní generátory	$4 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^8$

Citlivost aparatury by mohla být v tomto případě postačující. Dala by se ještě podstatně zlepšit přizpůsobením modulátoru k dipólu sondy.

---

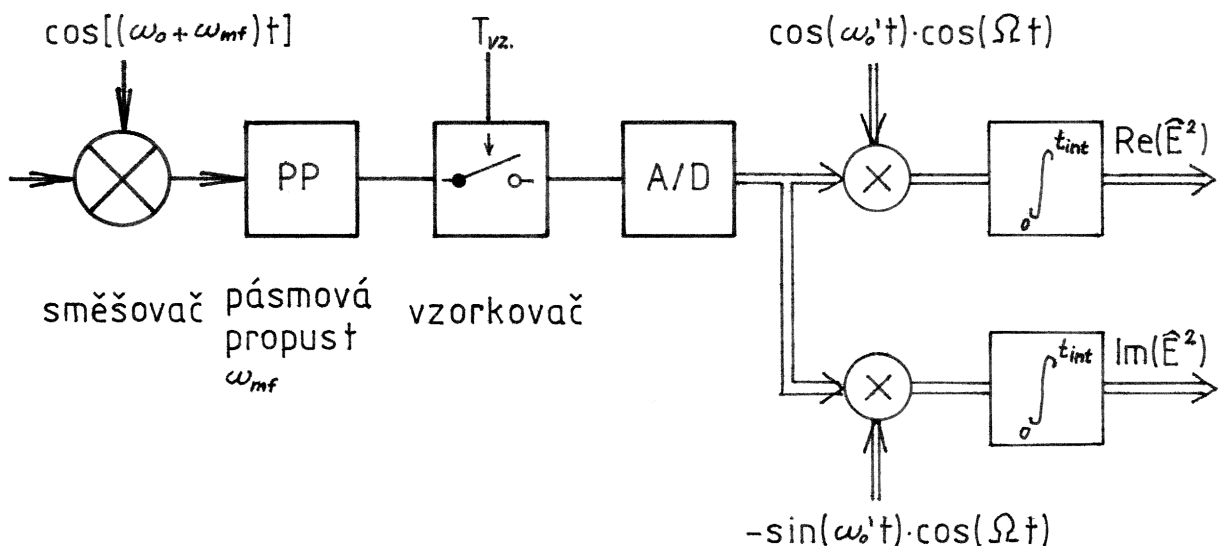
<sup>5</sup>Při výpočtu byla dosazena charakteristická impedance  $Z_0 = 50 \Omega$  a poslední člen ve vztahu (72) byl položen rovný 1, protože anténa je relativně dobře přizpůsobena.

### 3.10 Technická realizace přijímače

Praktické provedení měřícího přijímače můžeme velmi dobře přiblížit optimální struktuře znázorněné na obrázku 15. Násobičky budou samozřejmě realizovány pomocí směšovačů s vhodnými filtry na vstupu a výstupu. Je ale třeba řešit tyto zásadní problémy:

- Je obtížné vytvořit 2 harmonické signály vzájemně fázově posunutě přesně  $90^\circ$ .
- Při konverzi vf signálu na nf signál přímo na vstupu přijímače se nepříjemně uplatní šum směšovače typu  $1/f$ .
- Budou-li integrátory analogové, budou vznikat problémy s tepelným driftem výstupních napětí.

Všechny 3 problémy řeší například zapojení s blokovou strukturou podle obrázku 16. Vstupní signál je zde konvertován na vhodný mezifrekvenční kmitočet a následně digita-



Obrázek 16: Možná struktura měřícího přijímače

lizován. Vlastní korelátor je potom realizován výhradně číslicově. Při A/D převodu lze s výhodou využít podvzorkování, při kterém vzorkovací kmitočet neodpovídá vzorkovacímu teorému, ale vlivem úzkopásmovosti vstupního signálu nedochází k jeho zkreslení.

Celou vf část včetně A/D převodníku obsahují některé moderní spektrální analyzátoři s číslicovým zpracováním mezifrekvenčního signálu (viz [11]). Kdyby se podařilo na trhu objevit takový spektrální analyzátor, který by umožňoval vyvedení digitalizovaného mezifrekvenčního signálu, byl by takový přístroj vhodným adeptem na snadnou (nikoli však lacinou) realizaci měřícího přijímače. Doplnkem některých spektrálních analyzátorů je navíc tzv. tracking generátor, jehož výstupní kmitočet přesně souhlasí s kmitočtem, na který je analyzátor právě naladěn [11]. Bylo by vhodné uvážit, jestli by se tento generátor nedal přímo použít k napájení měřené antény.

## 4 Závěr

Záměrem této práce bylo vytvořit podrobný teoretický rozbor, na jehož základě by bylo možné posoudit vhodnost použití metody modulovaného rozptylu v konkrétních praktických situacích. Hlavní přínos práce spočívá především v odvození vztahů pro velikost relativní chyby měření způsobené šumem měřicí aparatury (viz kapitolu 3.8). Na základě těchto výsledků lze již snadno posoudit, v kterých praktických situacích má vůbec smysl o použití metody uvažovat. Dalším přínosem provedeného rozboru je pak zavedení koeficientu přízpusobení modulátoru. Jeho zavedení umožňuje jednoduše popsat vlastnosti sondy a oddělit tak problematiku návrhu sondy od návrhu zbytku měřicí aparatury.

Během řešení úkolu se ukázalo, že při praktické realizaci měřicí aparatury mohou vyvstat některé zásadní problémy, které nebyly před provedením rozboru na první pohled patrné. Jedním z takových problémů je přízpusobení modulátoru k impedanci sondy (viz kapitolu 3.2). Při výpočtech se ukázalo, že v některých případech může nevelká změna impedance modulátoru způsobit změnu výkonu signálu v rozsahu několika řádů! Tato situace nastává zejména při použití sond velmi malých vzhledem k vlnové délce, jejichž vstupní impedance dosahují extrémních hodnot. Při praktické realizaci je proto třeba věnovat návrhu sond velkou pozornost a navrhovat je jako celek anténa - modulátor, nikoli samostatně. Dalším problémem je omezení citlivosti aparatury vlivem šumu generátoru v blízkosti nosné. Navržená metoda kompenzace pronikání signálu generátoru na vstup přijímače sice tento problém poněkud zmírňuje, ale protože vyžaduje pečlivé ruční nastavování, není zase vhodná pro rychlé automatizované měření. V každém případě je nutné hledat generátor s co nejmenším šumem v blízkosti nosné. Na tomto místě je také třeba zdůraznit důležitost pečlivé mechanické konstrukce vř tras. Vlivem chvění nedokonalých kontaktů totiž může vzniknout parazitní amplitudová modulace silného signálu generátoru, jejíž postranní kmitočtové složky mohou být i silnější než měřený signál.

Na základě výpočtů provedených v této práci a dalších úvah lze přibližně vymezit oblast použitelnosti analyzované měřicí metody. Měření vyzařování antén ve vzdálené oblasti záření se zdá být neschůdné a obecně ho nelze doporučit. Pro měření antén v blízké zóně je metoda vhodná, ale je třeba mít stále na paměti, že výkonová bilance v měřicí aparatuře je kritická. Proto je potřeba na základě provedeného rozboru vždy předem odhadnout, bude-li měření vůbec proveditelné. Pro rychlá automatizovaná měření antén v bezodrazové komoře by mohla být výhodnější metoda využívající k příjmu výkonu rozptýleného sondou další pomocné antény. Při vhodné pomocné anténě a její správné orientaci vůči sondě by mohly být výkonové poměry v soustavě příznivější, navíc zde prakticky odpadá problém se šumem generátoru. Protože signál zde po modulaci již neprochází měřenou anténou, bylo by možné použít vyšší modulační kmitočty, což spolu s faktem, že silný signál přicházející přímo z měřené antény lze vhodnou konstrukcí pomocné antény dobře odstínit, zjednodušuje konstrukci přijímače. Tyto výhody by patrně byly zaplacený nutností provést jisté stavební úpravy v bezodrazové komoře. Metodu analyzovanou v této práci lze naopak vřele doporučit pro měření pole ve vlnovodech, dutinových rezonátorech, kolem mikropáskových struktur (viz [5]) apod. Ještě je třeba zdůraznit jednu nevýhodu

analyzované metody: nejednoznačnost měření fáze. Nejednoznačnost spočívá v tom, že při změně fáze měřeného pole o  $180^\circ$  se změní měřený údaj o  $360^\circ$  (viz vztah (55)).

Předložená zpráva není ani zdaleka vyčerpávajícím rozbohem problematiky. Je nutno ji chápat spíše jako podklad k další práci. Jejím základním nedostatkem je to, že není odvozen vztah pro napětí indukované v měřené anténě v takovém tvaru, který by byl teoretickým základem pro měření magnetické složky pole. K odvození takového tvaru lze doporučit zavedení fiktivního magnetického proudu. Princip reciprocity se potom dá vyjádřit vztahem:

$$\int_{\infty} \vec{E}_1 \cdot \vec{J}_2 - \vec{H}_1 \cdot \vec{J}_{M2} dV = \int_{\infty} \vec{E}_2 \cdot \vec{J}_1 - \vec{H}_2 \cdot \vec{J}_{M1} dV$$

Postupem analogickým postupu v této práci by snad bylo možné dospět k žádanému výsledku. Předem lze jen říci, že takové odvození, má-li být provedeno dostatečně obecně, nebude ani zdaleka jednoduché. Dalším směrem, kterým by se měla ubírat budoucí práce, by měl být rozbor metody využívající k příjmu rozptýleného výkonu pomocnou anténu. Některé úvahy, případně mezivýsledky uvedené zde by mohly být použitelné i při budoucím rozboru této druhé metody, využívající modulovaného rozptylu. Společnou pro obě metody je relativně samostatná problematika návrhu vhodných měřících sond.

## Literatura

- [1] Richmond, J.H.: A Modulated Scattering Technique for Measurement of Field Distributions. IRE Transactions - MTT, 3, 1955, str. 13-15
- [2] Hu, M.K.: On measurements of Microwave  $\vec{E}$  and  $\vec{H}$  Field Distributions by Using Modulated Scattering Methods. IRE Transactions - MTT, květen 1960, str. 295-300
- [3] Strait, B.J.-Cheng, D.K.: Microwave Magnetic-field Measurements by a Modulated Scattering Technique. IEE Paper No. 3709 E, leden 1962, str. 33-40
- [4] Picard, D.-Bolomey, J.Ch.-Ziyat, A.: Real Time Analyzer of Antenna Near-field Distribution. neznámý pramen
- [5] Zürcher, J.F.: A near field measurement method applied to planar structures. Microwave Engineering Europe, červen/červenec 1992, str. 43-51
- [6] Haňka, L.: Teorie elektromagnetického pole. SNTL, Praha 1975
- [7] Černohorský, D.-Svačina, J.-Rajda, Z.: Elektromagnetické vlny a vedení. Skriptum FEI VUT v Brně, Brno 1995
- [8] Černohorský, D.-Nováček, Z.: Antény a šíření rádiových vln. Skriptum FEI VUT v Brně, Brno 1989
- [9] Šebesta, V.: Signály a soustavy 2. Skriptum FEI VUT v Brně

- [10] Tysl,V.-Růžička,V.: Teoretické základy mikrovlnné techniky. SNTL, Praha 1989
- [11] Ďaďo,S.: Syntéza měřicích přístrojů. Skriptum FEL ČVUT v Praze, Vydavatelství ČVUT, Praha 1997

# David Kubal

---

radiotechnický inženýr

Vlháčkova 1826  
252 63 Roztoky  
Czech Republic  
david@kubal.uk  
www.kubal.uk  
+420 910 801 562  
+420 774 604 708